

انتگرال چندگانه

برنامه‌ای بنویسید که مقدار انتگرال معین تابع n متغیره زیر را به ازای بازه‌های داده شده برای متغیرهای آن محاسبه کرده و نتیجه را تا دو رقم اعشار گرد کرده و نمایش دهد.

$$\int_{\hat{a}}^{\hat{b}} \exp(-\hat{x}^t \cdot \hat{x}) d\hat{x} = \int_{a_1}^{b_1} \cdots \int_{a_n}^{b_n} \exp\left(-\sum_{i=1}^n x_i^2\right) dx_n \cdots dx_1$$

نکته: برای ارضا دقت خواسته شده می‌توانید از فرمول زیر که برای روش انتگرال گیری عددی ذوزنقه‌ای است استفاده کنید:

$$\Delta x \leq \sqrt{\frac{12}{(b-a)M} E(\Delta x)}$$

که در آن $E(\Delta x)$ برابر با ماکزیمم خطای انتگرال گیری می‌باشد که برای رسیدن دقت 2 رقم اعشار گرد شده می‌بایست حداکثر مقدار آن 0.005 در نظر گرفته شود. همچنین برای انتگرال فوق مقدار M که برابر با ماکزیمم قدرمطلق مشتق دوم تابع در بازه انتگرال گیری آن است و کمترین گام انتگرال گیری را نتیجه می‌دهد برابر با 2 می‌باشد. گفتنی است برای روش های انتگرال گیری دیگر (سیمپسون و ...) فرمول های مشابه دیگری در مراجع مربوطه وجود دارد که می‌تواند مورد استفاد قرار گیرد.

راهنمایی: در حل این سوال بهتر است برای سرعت عملکرد بالاتر کد هنگام کار کردن با بردارها و ماتریس‌ها از کتابخانه numpy استفاده گردد و در کنار آن برای اجتناب از حلقه های تو در تو از مفهوم توابع بازگشتی استفاده شود.

ورودی

ورودی کد می‌بایست در دو سطر باشد که در سطر اول مقادیر کران پایین (a) همه متغیرها متناظر با ترتیب متغیرها و با یک فاصله از همدیگر وارد می‌شود و در سطر بعدی نیز مقادیر کران بالا (b) متناظر هر متغیر با یک فاصله از یکدیگر تعیین می‌شود.

خروجی

خروجی برنامه نیز مقدار محاسبه شده برای انتگرال مذکور خواهد بود که تا دقت دو رقم اعشار گرد شده است و در خروجی با همان فرمت دو رقم اعشار نمایش داده می شود.

مثال

ورودی نمونه ۱

-1
2.5

خروجی نمونه ۱

1.63

ورودی نمونه ۲

-2 0 -11.2 0.7
2 1 15.2 1.3

خروجی نمونه ۲

0.53