

بسمه تعالی

پروژه درس هیدرولیک پیشرفته

برنامه نویسی برای محاسبه تغییرات و رسم پروفیل جریان غیر دائم به روش صریح

MATLAB Codes for explicit solution of Saint-Venant equations (Unsteady Flow)

▪ تئوری، تعریف و عوامل ایجاد جریان های غیر دائمی

بسیار از کارهای عملی و انواع جریان های موجود آمده در کانال های باز جریانهای دائمی نبوده و بنابراین نمی توان در حل مسائل مربوط، عامل زمان را حذف نمود و به همین خاطر، مسائل جریان های غیردائمی بسیار پیچیده تر و مشکل تر می گردد. در جریان های غیر دائمی، تغییرات یک یا تعدادی از مشخصه های جریان نسبت به زمان مختلف صفر هستند. غیر دائمی بودن جریان ممکن است در اثر عوامل طبیعی بوده و یا اینکه انسان عامل آن باشد. در این نوع جریان، مقدار هر یک از دو پارامتر اصلی یعنی عمق و بده حجمی جریان و یا هر دو آنها با زمان تغییر می کنند. این امکان وجود دارد که این تغییرات طبق برنامه طراح و یا به خاطر وقوع حوادث اتفاقی و به طور ناخواسته روی دهد.

طبق تعریف، جریان غیردائمی عبارت است از جریانی که در یک مقطع، عمق یا دبی و یا هر دو، در اثر تغییرات زمانی تغییر نماید. چون پارامترهای زمان و فضا در آنالیز این نوع جریان ها دخالت دارند بنابراین معادلات حاکم بر آنها از نوع دیفرانسیل جزئی بوده و حل آنها جز در موارد استثنایی بسیار پیچیده است. جریان های غیر دائمی از امواج نوسانی و جزر و مدهای اقیانوس ها تا سیلاب حاصل از شکست سدها را شامل می شود. یکی از حساس ترین موارد کاربرد این نوع جریان ها، بررسی اثرات حرکت سیل ناشی از شکست سدها می باشد که به جهت وجود سازه ها و تأسیسات حساس در پایین دست آنها و در کنار رودخانه نظیر نیروگاههای اتمی و یا مواد مشابه، حتی اگر احتمال اتفاق بسیار هم اندک باشد، می بایست با دقت کامل تحت مطالعه و بررسی قرار گیرد. سیلاب ها، ذوب برف ها، تغییرات عملکرد دریچه ها در سازه های هیدرولیکی و ... از جمله جریانهای غیردائمی بوده که در طبیعت به وفور مشاهده می شوند.

▪ نمونه هایی از جریان غیر دائمی

نمونه هایی از انواع حالت هایی که سبب ایجاد جریان غیر دائم می گردد عبارتند از : ۱- جزر و مد در - خلیج ها، خورها و مصب ه ۱ . ۲- رواناب ناشی از رگبارها در فاضلاب روها و کانالهای زهکشی . ۳ امواج در کانالهای کشتیرانی که در اثر عملکرد بندهای کشتیرانی ایجاد می شود . ۴- امواج ناشی از زمین لغزشها یا بهمن ها در رودخانه ها، کانال ها و مخازن . ۵- چرخش آب در دریاچه ها و مخازن بوسیله عواملی مانند باد، یا گرادیان دما و چگالی . ۶- امواج تولید شده در اثر شکست سدها، خاکریزها و ... ۷- امواج سیل در رودخانه ها، نهرها و کانال های زهکشی در اثر بارشهای شدید و ذوب برفها. ۸- امواج در کانال نیروگاه ها یا تونلها که به دلیل شروع یا خاتمه کار توربین یا باز و بسته شدن دریچه های توربین برای انطباق با تغییرات بار ایجاد می شود . ۹- امواج در دریاچه ها، مخازن، خورها، خلیج ها، اقیانوسها که در اثر بادهای ناشی از طوفان و زلزله ایجاد می شود.

▪ معادلات سنت ونانت

معادلات سنت ونانت ، برای تعیین مشخصات جریانهای غیر دائمی ، مانند عمق (y) و سرعت (v) یا دبی (Q) و سطح مقطع (A) بکار می روند. به عبارت دیگر ، معادلات سنت ونانت ، معادلات حاکم بر جریان در مجاری باز هستند و از مجموع معادلات اندازه حرکت و پیوستگی تشکیل می شوند.

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = s_0 - s_f$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

۱-روش خطوط مشخصه:

در این روش با استفاده از رابطه $C = \sqrt{g \cdot y}$ معادلات سنت-ونانت تبدیل به دو معادله دیفرانسیل کامل زیر میشود.

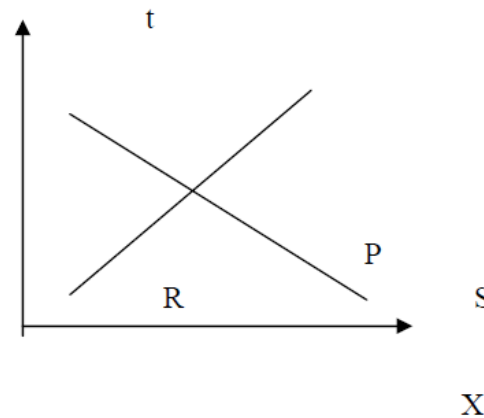
$$dX / dt = V \pm C \quad (۳)$$

$$d(V \pm 2C) / dt = g(S_0 - S_f) \quad (۴)$$

C = سرعت انتقال موج

با توجه به شکل ۱ اگر مشخصات جریان در نقاط S, R در زمان t_1 مشخص باشد میتوان مشخصات جریان را در نقطه P در زمان t_2 محاسبه نمود. خطوطی که در شکل ۱ ترسیم شده خطوط مشخصه نام دارند. خطی که از نقاط R, S میگذرد مشخصه مثبت نام دارد و معادلات مربوط به آنها با علامت مثبت به کار میرود و خطی که از نقاط P, S میگذرد، مشخصه منفی نام دارد و معادلات مربوط به آنها با علامت منفی به کار میرود. با انفصال معادلات (۳) و (۴)

چهار معادله جبری به دست می آید که چهار مجهول t_p , X_p , C_p , V_p را میتوان با حل این چهار معادله به دست آورد پس از به دست آوردن C_p میتوان مقدار y_p را نیز از رابطه $y_p = C_p^2/g$ و نهایتاً دبی جریان در نقطه P را به دست آورد. این کار را برای تمام نقاط در زمان t_2 انجام میشود و سپس با معلوم بودن مشخصات جریان در زمان t_2 ، آن را در زمان t_3 نیز میتوان محاسبه نمود و این کار ادامه میابد. بنابراین در هر زمان میتوان پروفیل سطح آب و در هر نقطه میتوان هیدروگراف جریان را ترسیم نمود.



شکل ۱- نمایش خطوط مشخصه

۲- روش تفاضل های محدود:

در این روش شکل انفصال یافته معادلات (۱) و (۲) با استفاده از شمای پرایزمن انجام میشود بر این اساس مشتقات مکانی و زمانی بصورت زیر منفصل میشود:

$$\partial f / \partial X = \theta(f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}) / \Delta X + (1 - \theta)(f_{i+1}^j - f_i^j) / \Delta X \quad (5)$$

$$\partial f / \partial t = \psi(f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) / \Delta t + (1 - \psi)(f_i^{j+1} - f_i^j) / \Delta t \quad (6)$$

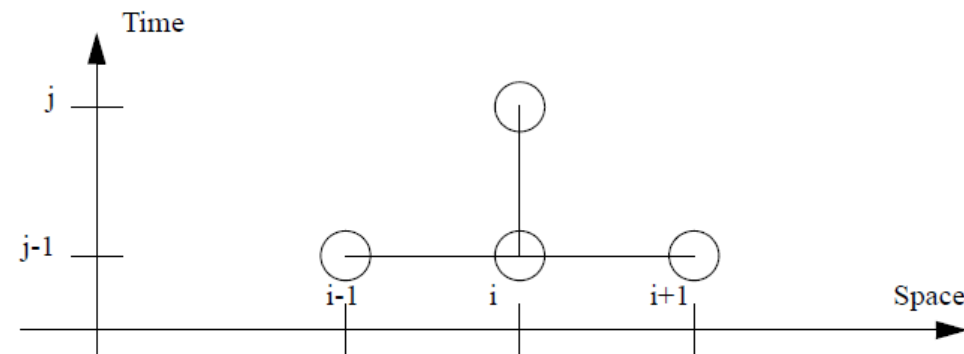
در معادلات فوق زیرنویسها و بالانویسها بترتیب مربوط به مکان و زمان میباشد و θ, ψ ضرائبی هستند که بین صفر تا یک متغیر اند.

برای هر بازه از کانال معادلات (۱) و (۲) منفصل میشود. بنابراین برای بازه ی i ام دو معادله نوشته میشود. که دارای چهار مجهول (سرعت و عمق جریان در دو نقطه متوالی در زمان $j+1$) میباشد. بنابر این برای n بازه $2n$ معادله به دست می آید از طرفی برای n بازه $n+1$ گره محاسباتی و برای هر گره محاسباتی دو مجهول (عمق و سرعت جریان) وجود دارد. بنابراین تعداد کل مجهولات $2n+2$ خواهد بود در حالی که $2n$ معادله وجود دارد. دو معادله دیگری که مورد نیاز است از شرایط مرزی بالا دست و پائین دست به دست می آید. بنابر این یک دستگاه $2n+2$ معادله غیر

خطی با $2n+2$ مجهول به دست می آید. برای تبدیل معادله های مذکور به معادلات خطی از روش نیوتن-رافسون استفاده میشود. سپس دستگاه معادلات خطی به روش اسپارس حل میگردد. نهایتاً در هر نقطه و در هر زمان مقدار عمق و سرعت جریان و در نتیجه دبی جریان قابل محاسبه است و میتوان پروفیل سطح آب را در هر زمان و هیدرو گراف جریان را در هر نقطه ترسیم نمود.

▪ خلاصه رابطه های استفاده شده در برنامه بر اساس روش صریح

در این پروژه از روابط زیر برای محاسبات عمق و سرعت در نقاط مختلف طول کانال استفاده شده است که توضیحات لازم در ذیل می آید. اگر نمودار $X-t$ را مطابق شکل زیر در نظر بگیریم:



روابط مربوط به معادلات دیفرانسیلی بدست آمده از روابط سنت و نانت:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{\Delta t} + \left(U_{i,j-1} \frac{y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1}}{2\Delta x} + y_{i,j-1} \frac{U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1}}{2\Delta x} \right) = 0$$

با ساده سازی روابط بالا، عمق مورد نظر در هر مرحله زمانی از رابطه زیر بدست می آید:

$$y_{i,j} = y_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [U_{i,j-1}(y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1}) + y_{i,j-1}(U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1})]$$

معادله سنت و نانت را می توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{\Delta t} + U_{i,j-1} \frac{(U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1})}{2\Delta x} + g \frac{y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1}}{2\Delta x} = g(I_0 - I_f)$$

و نهایتاً سرعت در هر مقطع نیز از رابطه زیر بدست می آید که در آن I_0 , I_f همان شیب انرژی و کف کانال می باشند.

$$U_{i,j} = U_{i,j-1} - U_{i,j-1} \frac{(U_{i+1,j-1} - U_{i-1,j-1})\Delta t}{2\Delta x} - \frac{g\Delta t(y_{i+1,j-1} - y_{i-1,j-1})}{2\Delta x} + g\Delta t(I_0 - I_f)$$

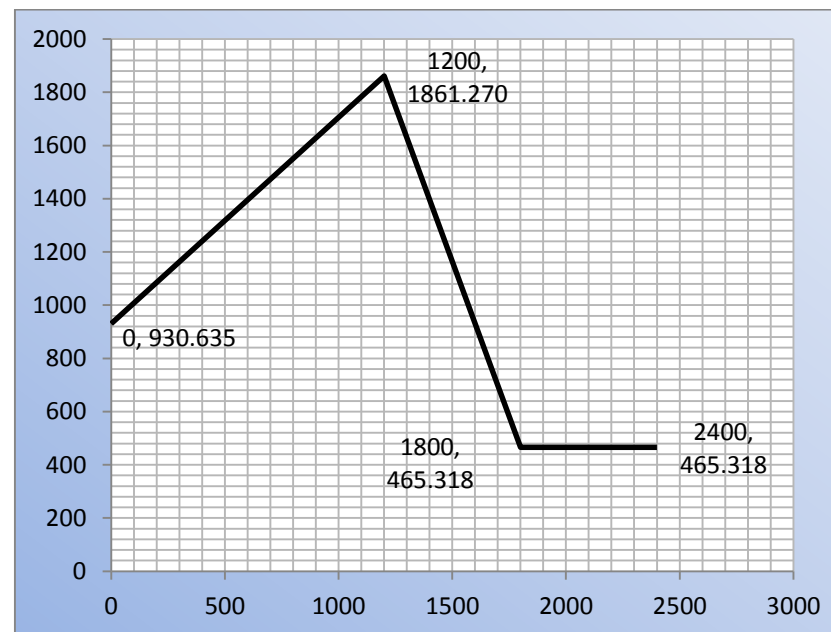
گفتنی است که شرط کورانت طبق رابطه زیر برای هر مرحله از محاسبات کنترل می گردد:

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{(|U| + c)}$$

■ صورت پروژه:

یک کانال مستطیلی شکل با عرض کف 40ft و طول 12000ft و شیب طولی 0.0014 و عمق نرمال 8ft آب را عبور می دهد. اگر در انتهای بالادست کانال دبی به طور خطی ظرف ۲۰ دقیقه دو برابر شود و سپس در عرض ۱۰ دقیقه به نصف میزان اولیه خود کاهش یابد. مطلوب است محاسبه سرعت متوسط و عمق جریان در کانال در عرض ۴۰ دقیقه پس از شروع تغییرات؟
رابطه دبی عمق در پایین دست کانال به صورت زیر می باشد:

$$Q = 264(y - 2.32)^{1.5}$$



منحنی دبی اشل (بالا دست)

▪ متن اصلی برنامه

```
%{
MATLAB Codes for explicit solution of Saint-Venant equations
Date
Advanced Hydraulics Programming Project
%}
```

```
% clear memory
clear all
clc
```

```
L=input('Length of the Channel or River=')
b=input('Width of the Channel or River=')
s0=input('Slope (s0)=')
y0=input('y Normal (y0)=')
n=input(' n Manning=')
time=input('Total Time of Computation (min)=')
N=input('how many sections ?')
```

```
time=time*60
g=32.172;
A0=b*y0; %Initial Area
R0=b*y0/(b+2*y0); %Initial hydraulic radius
Q0=1.486/n*sqrt(s0)*R0^(2/3)*b*y0;
V0=Q0/A0; % Initial Velocity
a=sqrt(g*y0)+V0;
T=L/a;
Dx=L/(N-1) %Delta x
Dt=floor((Dx/a)/10)*10-20 %Delta t
```

```
FT=ceil(time/Dt); %Calculate cycles of loop
%Define Variable Matrix for Q,Y,R,V
Q=zeros(FT); Y=zeros(N,FT); V=zeros(N,FT); R=zeros(N,FT); courant=zeros(FT);
%Calculate initial Courant number
courant(1)=Dx/a;
```

مقدمات برنامه و پاک کردن صفحه نمایش و حافظه نتایج

اخذ ورودی های لازم از اپراتور برنامه
طول ، عرض، شیب ، عمق نرمال، ضریب مانینگ، تعداد مقطع ها در طول کانال، و مدت زمان کلی محاسبه نتایج از اپراتور اخذ می شود.

محاسبه زمان بر حسب ثانیه
محاسبه مقادیر اولیه مساحت، سرعت ، شعاع هیدرولیکی، دبی

محاسبه مقدار Δx بر اساس تعداد مقاطع انتخاب شده

محاسبه مقدار Δt بر اساس عدد کورانت

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{(|U| + c)}$$

محاسبه تعداد دور های حلقه

تعریف ماتریس های مربوط به دبی، سرعت، عمق و شعاع هیدرولیکی

محاسبه مقدار عدد کورانت برای مرحله اول

تعریف بردار X بر اساس Δx

مقادیر عمق و سرعت و دبی و شعاع هیدرولیکی در مرحله زمان صفر برابر مقادیر اولیه صورت مسئله می باشند.

تعریف Y به عنوان متغیر مورد استفاده در معادله سنت ونانت

شروع حلقه مربوط به محاسبات در هر Δt

محاسبه مقدار دبی برای هر زمان مشخص طبق معادلات مربوط به منحنی دبی اشل داده شده در اطلاعات مسئله

محاسبات مربوط به بالادست

تعریف رابطه محاسبه عمق در بالادست طبق رابطه موجود در کتاب و جزوه

```
X=linspace(0,L,N);
%Y,R,Q,V at time=0
Y(1:N,1)=y0;
R(1:N,1)=R0;
Q(1)=Q0;
V(1:N,1)=V0;
```

```
%Define y as variable of saint venant equation
syms y
```

```
t=0;
%Loop for times of calculations
for j=2:FT
```

```
t=t+Dt;
```

```
%Check and calculate the amount of Q for any time
if t<=1200
    Q(j)=Q0+(Q0/1200)*t;
elseif t==1200:1800
    Q(j)=-Q0/400*(t-1200)+2*Q0;
else
    Q(j)=Q0/2;
end
```

```
%Calculate amount of Y,V,R at Upstream condition
ys=Y(2,j-1);
A=(b*ys);
P=(b+2*ys);
Vs=V(2,j-1);
%Define the saint venant equation and solve it
M=solve(Q(j)/(b*y)-Vs-sqrt(g/ys)*(y-
```

```
ys)+g*((Q(j))^2*n^2/(A^2*(A/P)^(4/3))-s0)*Dt);
```

```
if double(M(1,1))>0
```

```
    Y(1,j)=M(1,1);
```

```
else
```

```
    Y(1,j)=M(2,1);
```

```
end
```

```
R(1,j)=(b*Y(1,j)/(b+2*Y(1,j))); %Calculate R according ro Y
```

```
V(1,j)=Q(j)/(b*Y(1,j)); %Calculate R according ro Y
```

```
%Loop for calculating data at points between Upstram and Downstream conditions
```

```
for i=2:N-1
```

```
    Y(i,j)=Y(i,j-1)-(Dt/(2*Dx))*(V(i,j-1)*(Y(i+1,j-1)-Y(i-1,j-1))+Y(i,j-1)*(V(i+1,j-1)-V(i-1,j-1)));
```

```
    R(i,j)=(b*Y(i,j)/(b+2*Y(i,j)));
```

```
    sf=V(i,j-1)^2*n^2/(R(i,j)^(4/3));
```

```
    V(i,j)=V(i,j-1)-V(i,j-1)*((V(i+1,j-1)-V(i-1,j-1))*Dt/(2*Dx))-g*Dt*(Y(i+1,j-1)-Y(i-1,j-1))/(2*Dx)+g*Dt*(s0-sf);
```

```
end
```

```
%Calculate amount of Y,V,R at Downstream condition
```

```
Y(N,j)=(V(N-1,j)*Y(N-1,j)*b/264)^(2/3)+2.32;
```

```
V(N,j)=(264*(Y(N,j)-2.32)^(1.5))/(b*Y(N,j));
```

```
R(N,j)=(b*Y(N,j)/(b+2*Y(N,j)));
```

```
%Calculate Courant number for any time
```

```
courant(j)= max(Dx/(sqrt(g*Y(:,j))+V(:,j)));
```

```
j
```

```
disp('courant')
```

```
courant(j)
```

```
end
```

متلب معادله مورد نظر را حل کرده و مقدار عمق را به ما می دهد.

با استفاده از عمق محاسبه شده می توان شعاع هیدرولیکی و سرعت را به دست آورد.

محاسبات مربوط به نقاط میانی (بین بالادست و پایین دست)

محاسبات مربوط به نقاط پایین دست جریان

مقدار عمق طبق رابطه داده شده در سورت مطئله محاسبه گردیده و سپس مقدار سرعت و عمق هیدرولیکی بر اساس عمق بدست آمده محاسبه می گردد.

محاسبه ماکزیمم عدد کورانت برای هر مرحله

پایان حلقه

```

xmax=18
for i=1:3:20
plot(X(:),Y(:,i),'-b','LineWidth',1)
title(' X-Y Graph for special times of computations ')
xlabel(' X = 0 ~ 12000 (ft)')
ylabel(' Y (ft)')
box on
axis([0 L 0 xmax])
hold on
end

ff=floor(FT/2);
ee=floor(FT/2+30);
for i=ff:3:ee
plot(X(:),Y(:,i),':k','LineWidth',1)
title(' X-Y Graph for special times of computations ')
xlabel(' X = 0 ~ 12000 (ft)')
ylabel(' Y (ft)')
box on
axis([0 L 0 xmax])
hold on
end

ff=floor(FT-30);
ee=floor(FT);
for i=ff:3:ee
plot(X(:),Y(:,i),'--r','LineWidth',1)
title(' X-Y Graph for special times of computations ')
xlabel(' X = 0 ~ 12000 (ft)')
ylabel(' Y (ft)')
box on
axis([0 L 0 xmax])
hold on
end

```

پس از اتمام حلقه حال تمامی ماتریس های مربوط به نتایج عمق، سرعت و شعاع هیدرولیکی آماده می باشند.

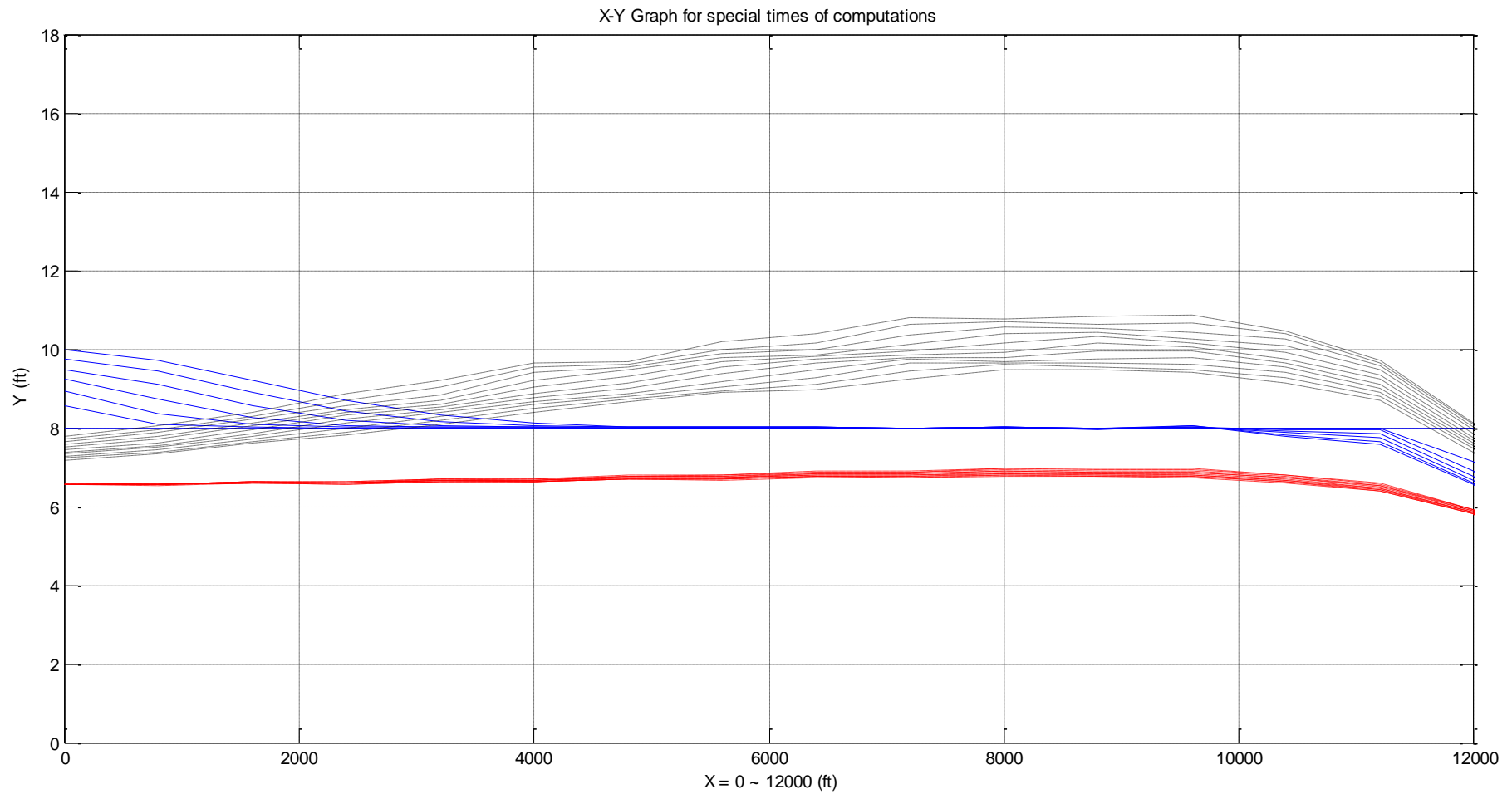
در این هنگام برای نمونه، نمودار سه مقطع زمانی مختلف از محاسبات را رسم می کنیم. (X-Y)

منحنی خطی مربوط به اوایل تغییرات
 منحنی نقطه چین مربوط به میانه تغییرات
 منحنی خط چین مربوط به پایان تغییرات می باشد

▪ نتایج برنامه

برنامه به داده ها و اطلاعات میله و همچنین برای ۱۶ مقطع طولی و کل زمان تغییرات برابر ۱۰۰ دقیقه می باشد . همانگونه که در منحنی های ذیل خواهد آمد ، تغییرات در طول زمان گسترش و توسعه یافته و در انتهای زمان تغییرات یعنی حوالی ۱۰۰ دقیقه جریان رو به دائمی می رود و در دبی پایین تر از ۷ متر دائمی می شود (منحنی تغییرات عمق به خط افقی متمایل می شود).

نتایج مربوط به عمق ، سرعت، شعاع هیدرولیکی در ماتریس های جداگانه ذخیره شده اند که پس از اجرای برنامه نمایش داده می شوند و قابل دسترسی می باشند. همچنین برای نمونه ، از ۴ مرحله زمانی مختلف نمودار تغییرات مربوط به عمق و سرعت رسم شده اند که در ذیل می آید.



نمودار مربوط به تغییرات عمق در طول کانال در سه بازه زمانی متفاوت (تغییرات پروفیل سطح آب)

(خط راست برای ابتدای تغییرات، نقطه چین برای میانه زمانی تغییرات و خط چین برای پایان تغییرات)

▪ منابع

۱. حامدی ، محمد حسین ، هیدرولیک مجاری باز، جلد دوم، انتشارات دانشگاه خواجه نصیر الدین طوسی
۲. ابریشمی ، جلیل، هیدرولیک کانال های باز، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)
۳. جزوه درسی هیدرولیک پیشرفته
4. Open channel hydraulics , Ven Te Chow, 1959
5. Numerical Modelling and Hydraulics, Nils Reidar B. Olsen, Department of Hydraulic and Environmental Engineering The Norwegian University of Science and Technology, 2007