

Univerza v Ljubljani
Fakulteta *za strojništvo*



Katedra za strojne elemente
in razvojna vrednotenja

Ivan Okorn

Strojni elementi 2

Rešene naloge iz vsebin vaj

Ljubljana, 2021

Kazalo

1. Izračun osnovnih parametrov gonil	3
2. Sile na zobnikih, obremenitve gredi in ležajev	11
3. Vrednotenje kotalnih ležajev	22
4. Vrednotenje osi, gredi in grednih vezi	26
5. Valjasti zobniki z ravnimi zobmi	35
6. Literatura	40

1. Izračun osnovnih parametrov gonil

Naloga 1.1 – Verižno gonilo cestnega dvokolesa

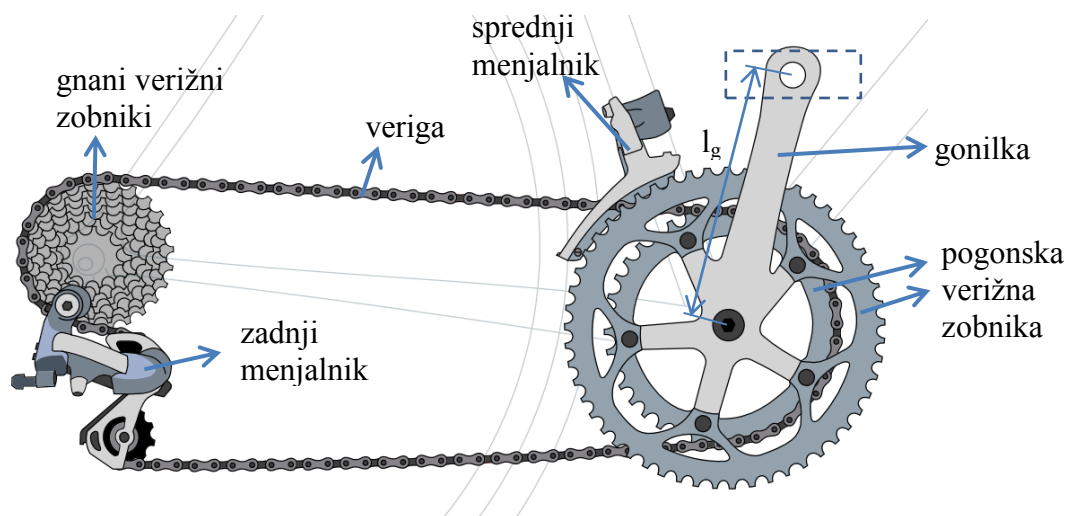
Na sliki je prikazano verižno gonilo cestnega dvokolesa. Pogonska verižna zobnika imata 50 in 34 zob. V paketu gnanih verižnih zobnikov ima najmanjši zobnik 11 največji pa 28 zob. Premer kolesa znaša $D_k = 700$ mm, dolžina gonilke pa $l_g = 170$ mm. Skupna masa kolesa in kolesarja znaša $m = 85$ kg, od tega masa kolesa 8kg, masa kolesarja pa 77kg.

Ostali podatki za izračun naloge:

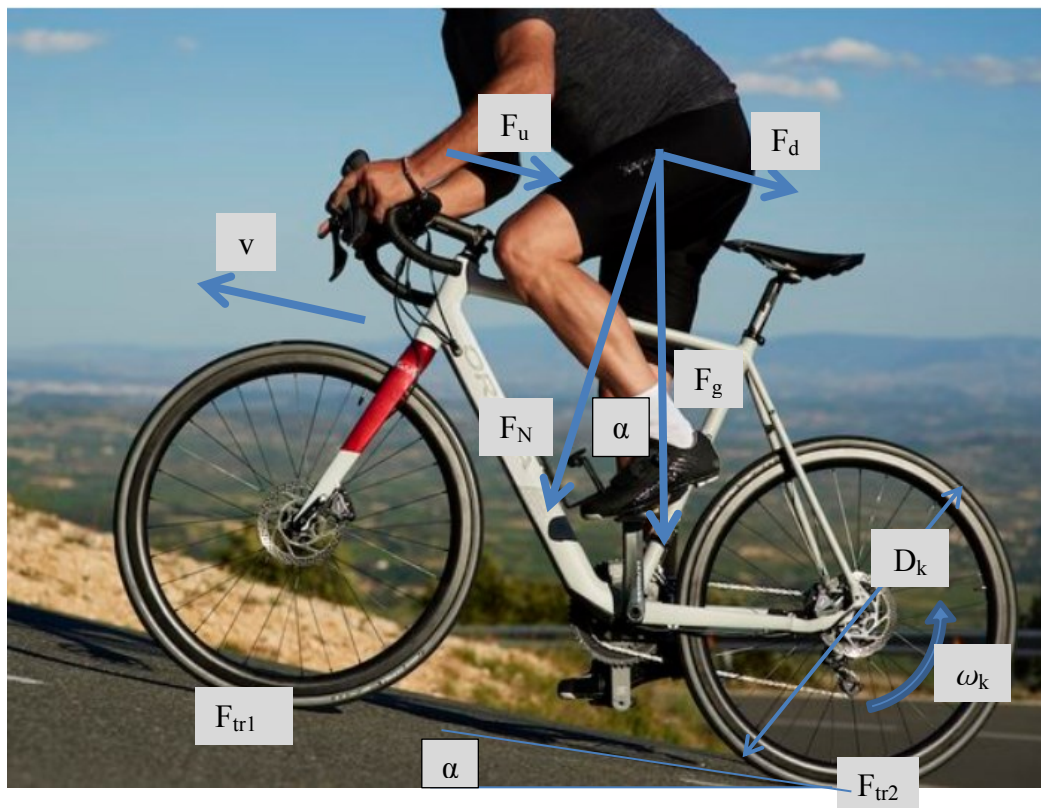
- gostota zraka $\rho_z = 1,2$ kg/m³,
- čelna površina kolesarja $A = 0,4$ m²,
- koeficient zračnega upora $c_z = 0,8$,
- koeficient kotalnega trenja $f = 0,004$,
- izgube v ležajih in verižnem gonilu 5%.

Zahteve naloge:

1. Določite največjo in najmanjšo prestavno razmerje verižnega gonila ter največjo možno hitrost kolesarja pri frekvenci poganjanja gonilke 90 min⁻¹.
2. Določite moč, ki jo mora zagotavljati kolesar, pri vožnji s hitrostjo 30 km/h na ravnini.
3. Določite moč, ki jo mora zagotavljati kolesar, pri vožnji s hitrostjo 15 km/h v 5% klanec.
4. Določite povprečni vrtilni moment na pogonskem verižnem zobniku in povprečno silo na pedalih pri vožnji v 15 % klanec v najlažji prestavi. Izgube v ležajih in verigi, kotalni upor ter zračni upor zanemarite.
5. Določite porabo energije v dveh urah pri povprečni moči kolesarjenja 150W. Upoštevajte, da je izkoristek človeškega telesa približno 0,25.



Slika 1: Elementi verižnega gonila pri cestnem dvokolesu



Slika 2: Sile in hitrosti na cestnem dvokolesu

Rešitev:

1. Prestavna razmerja in hitrost gibanja kolesarja

a) Najmanjše in največje prestavno razmerje

Prestavno razmerje je razmerje med vrtilno frekvenco pogonskega elementa in vrtilno frekvenco gnanega elementa. Za pogonski element uporabljamo indeks 1, za gnani element pa indeks 2.

$$i_{\min} = \frac{n_{1\min}}{n_{2\max}} = \frac{z_{2\min}}{z_{1\max}} = \frac{11}{50} = 0,22$$

$$i_{\max} = \frac{n_{1\max}}{n_{2\min}} = \frac{z_{2\max}}{z_{1\min}} = \frac{28}{34} = 0,82$$

V našem primeru sta mejni prestavni razmerji manjši od ena. To pomeni, da je verižno gonilo v vseh prestavah multiplikator. Kolo se vrti večjo vrtilno frekvenco kot je frekvenca vrtenja pedal (v kolesarskem žargonu jo imenujejo kadenca).

b) Hitrost gibanja kolesarja

Uporabimo enačbo za enakomerno kroženje. Razlikovati moramo med kotno hitrostjo ω in vrtilno frekvenco n . Obodna hitrost kolesa je enaka hitrosti gibanja kolesarja v .

$$v = \omega_{k\max} \cdot \frac{D_k}{2} = \omega_{2\max} \cdot \frac{D_k}{2} = 42,84 \cdot \frac{0,7}{2} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v = 3,6 \cdot 15 = 54 \frac{km}{h}$$

$$n_{2\max} = \frac{n_1}{i_{\min}} = \frac{90}{0,22} = 409,1 \text{ min}^{-1}$$

$$\omega_{2\max} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_{2\max}}{60} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{409,1}{60} = 42,84 \text{ s}^{-1}$$

To je mejna hitrost, ko se vrtilni moment še prenaša preko verižnega gonila. Najmanjše prestavno razmerje je uporabno pri blagih spustih ni pa primerno za vožnjo po ravnini. Pretežno je tudi za profesionalne kolesarje.

2. Moč kolesarja pri vožnji na ravnini

Pri vožnji na ravnini kolesar premaguje kotalno trenje pod pnevmatikami, zračni upor ter trenje v ležajih in verižnem gonilu, Pri vožnji v klanec premaguje še dinamično komponento sile teže. Sile so prikazane na sliki 2.

a) Sila kotalnega trenja

$$F_{tr} = F_{tr1} + F_{tr2} = F_N \cdot f = m \cdot g \cdot f = 85 \cdot 9,81 \cdot 0,004 = 3,33 \text{ N}$$

Koeficient kotalnega trenja f je odvisen od dimenzij pnevmatike, profila na pnevmatiki in tlaka v pnevmatiki. S povečanjem tlaka v pnevmatiki se koeficient kotalnega trenja zmanjša.

b) Sila zračnega upora

$$F_u = \frac{1}{2} \cdot c_z \cdot A \cdot \rho_z \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,4 \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{30}{3,6}\right)^2 = 13,33 \text{ N}$$

Za hitrost v je potrebno vstaviti relativno hitrost glede na zrak. Če piha veter v prsa, hitrost vetra prištejemo hitrosti gibanja kolesarja.

c) Skupna sila na kolo

$$F_k = F_{tr} + F_u = 3,33 + 13,33 = 16,66 \text{ N}$$

d) Potrebna moč na zadnjem kolesu

$$P_k = F_k \cdot v = 16,66 \cdot \left(\frac{30}{3,6}\right) = 139 \text{ W}$$

e) Moč kolesarja

Del moči kolesar porabi še za premagovanja trenja v ležajih koles in ležajih ob gonilki ter v verižnem gonilu. Upoštevamo skupne izgube v iznosu 5%.

$$\eta = \frac{P_k}{P} \Rightarrow P = \frac{P_k}{\eta} = \frac{139}{0,95} = 146,3W$$

3. Moč kolesarja pri vožnji v klanec

a) Kot strmine

Ob cesti stojijo prometni znaki, ki nas opozarjajo na strmino klanca. Strmine klancev so izražene v odstotkih. 100% klanec pomeni naklon 45° .

$$\tan \alpha = \frac{\text{naklon} [\%]}{100} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{\text{naklon} [\%]}{100} = \arctan \frac{5}{100} = 2,86^\circ$$

b) Sila kotalnega trenja

$$F_{tr} = m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f = 85 \cdot 9,81 \cdot \cos 2,86 \cdot 0,004 = 3,33N$$

c) Sila zračnega upora

$$F_u = \frac{1}{2} \cdot c_z \cdot A \cdot \rho_z \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,4 \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{15}{3,6} \right)^2 = 3,33N$$

d) Dinamična komponenta sile teže

$$F_d = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 85 \cdot 9,81 \cdot \sin 2,86 = 41,6N$$

e) Skupna sila na kolo

$$F_k = F_{tr} + F_u + F_d = 3,33 + 3,33 + 41,6 = 48,26N$$

f) Potrebna moč na zadnjem kolesu

$$P_k = F_k \cdot v = 48,26 \cdot \left(\frac{15}{3,6} \right) = 201,08W$$

g) Moč kolesarja

$$\eta = \frac{P_k}{P} \Rightarrow P = \frac{P_k}{\eta} = \frac{201,08}{0,95} = 211,66W$$

Zmogljivost kolesarjev se podaja v W na kg telesne mase. Pri danih pogojih bi kolesar mase 77kg kolesaril z 2,75W/kg. Profesionalni kolesarji kratkotrajno dosežejo 6W/kg, rekreativci pa nekje do 3,5W/kg.

4. Vrtilni moment na verižnem zobniku in sila na pedalo

a) Vrtilni moment na pogonskem verižnem zobniku

Obravnavamo vožnjo v najlažji prestavi v strm 15% klanec. Že v točki 3 smo videli, da prevladuje dinamična komponenta teže že pri položnem klancu. V izračunu bomo zato upoštevali samo to silo.

$$\alpha = \arctan \frac{\text{naklon}[\%]}{100} = \arctan \frac{15}{100} = 8,53^\circ$$

$$F_d = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 85 \cdot 9,81 \cdot \sin 8,53 = 123,7N$$

$$M_{t2} = F_d \cdot \frac{D_k}{2} = 123,7 \cdot \frac{0,7}{2} = 43,3Nm$$

$$M_{t2} = M_{t1} \cdot i_{\max} \Rightarrow M_{t1} = \frac{M_{t2}}{i_{\max}} = \frac{43,3}{0,82} = 52,8Nm$$

b) Povprečna obodna sila na pedalo

$$F_p = \frac{M_{t1}}{l_g} = \frac{52,8}{0,17} = 310,6N$$

5. Poraba energije pri kolesarjenju

Če poznamo povprečno moč kolesarjenja in čas lahko izračunamo opravljeno mehansko delo, ki so ga opravile mišice. Podan je izračun porabe energije za dvournno kolesarjenje s povprečno močjo 150W.

a) Mehansko delo

$$W_{meh} = P \cdot t = 150 \cdot 2 \cdot 3600 = 1,08 \cdot 10^6 J$$

b) Poraba energije

Približno 25% energije, ki jo zaužijemo s hrano, se lahko pretvori v mehansko delo. Izkoristek človeškega telesa je tako le približno 25%.

Energijska vrednost živil je podana v kcal (1kcal = 4,2kJ).

$$W_{por} \approx \frac{W_{meh}}{0,25} = \frac{1,08 \cdot 10^3}{0,25} = 4,32 \cdot 10^3 kJ = 1028kcal$$

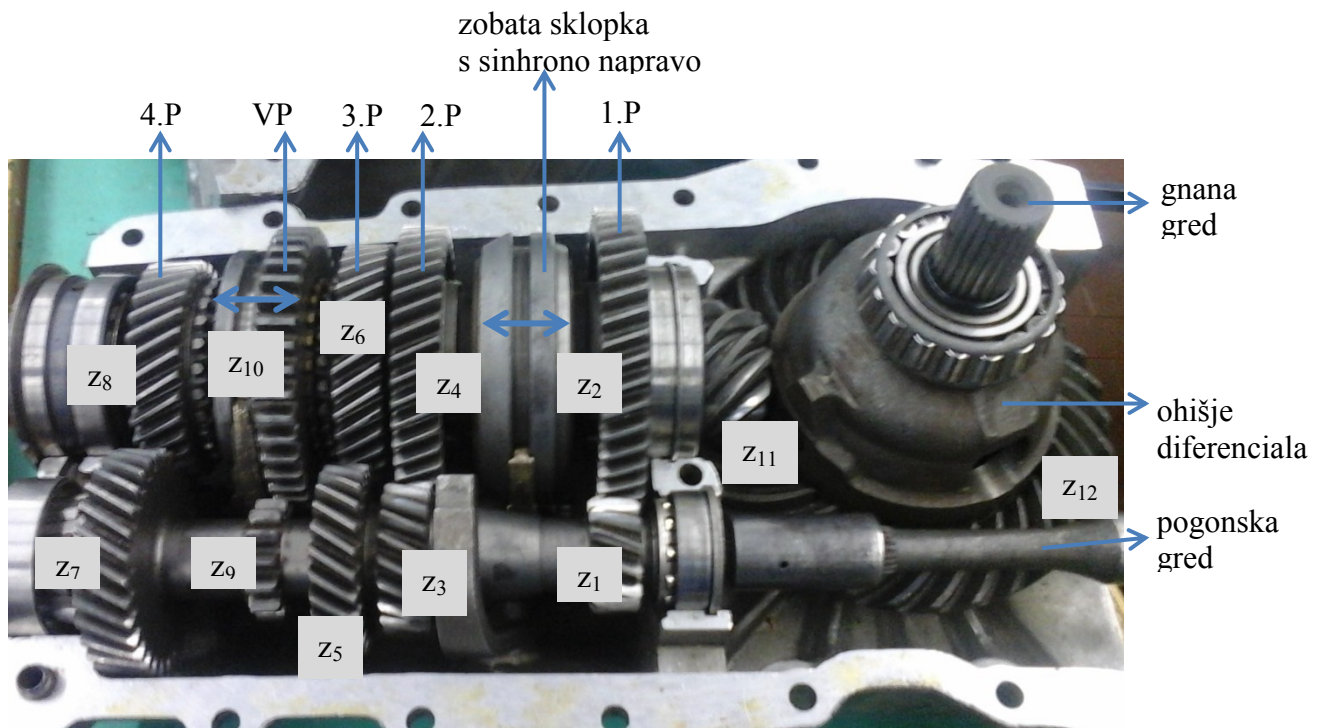
K tej energiji je potrebno prišteti še energijo za vzdrževanje življenjsko pomembnih funkcij (bazalni metabolizem). Za kolesarja mase 77kg je bazalni metabolizem približno 1,2 kcal/min.

Naloga 1.2 – Avtomobilski menjalnik

Na sliki je prikazan štiristopenjski avtomobilski menjalnik. Zobniki tretje in vzratne prestave imajo število zob $z_5 = 25$, $z_6 = 37$, $z_9 = 13$, $z_{10} = 40$. Stožčasti zobniki imajo število zob $z_{11} = 9$ in $z_{12} = 34$. Del moči motorja se porabi za pogon pomožnih agregatov, pretežni del moči pa se prenese preko transmisije na kolesa. V izračunu naloge upoštevajte, da je za premikanje vozila na razpolago 50kW moči pri vrtilni frekvenci 3000min^{-1} .

Zahteve naloge:

1. Določite hitrost vozila v 3. (3.P) in vzratni (VP) prestavi pri vrtilni frekvenci motorja $n_m = 3000\text{min}^{-1}$. Upoštevajte premer kolesa $D_k = 600\text{mm}$.
2. Določite izkoristek menjalnika. Upoštevajte izkoristek enega ležaja $\eta_L = 0.995$, izkoristek zobniške dvojice $\eta_Z = 0.985$ in izkoristek tesnila $\eta_t = 0.98$.
3. Določite vrtilna momenta na pogonski gredi in na kolesih v 3.P pri vrtilni frekvenci motorja $n_m = 3000\text{min}^{-1}$ ter razpoložljivo silo za premikanje vozila. Upoštevajte izkoristek ležajev v posameznem kolesu $\eta_k = 0.99$.
4. Izračunajte imensko napetost v pogonski gredi pri $n_m = 3000\text{min}^{-1}$ in moči $P = 50\text{kW}$. Najmanjši premer gredi znaša 15mm.



Slika 3: Elementi avtomobilskega menjalnika

Rešitev:

1. Hitrost vozila

Hitrost vozila je odvisna od vrtilne frekvence gredi motorja in prestavnega razmerja v izbrani prestavi. S pritiskom na pedalo za gorivo povečamo vrtilno frekvenco gredi motorja in s tem

hitrost vožnje v izbrani prestavi. Iz slike 3 je razvidno, da je skupno prestavno razmerje sestavljeno iz prestavnega razmerja stožčastih zobnikov in prestavnega razmerja valjastih zobnikov. V poziciji na sliki 3 so zobniki z_2 , z_4 , z_6 in z_8 prosto vrtljivi na vmesni gredi. Pri vklopu določene prestave zobnik povežemo z vmesno gredjo z zobniško sklopko s sinhrono napravo. Zobnik z_{10} je z utorno zvezo povezan z vmesno gredjo in ne ubira z zobnikom z_9 . Spremembo smeri vrtenja dosežemo z potiskom dodatnega vmesnega zobnika med zobnika z_9 in z_{10} . Vmesni zobnik je uležajen na mirujoči osi na drugi polovici ohišja.

a) Prestavna razmerja in hitrost vozila v tretji prestavi (3.P)

$$i_s = \frac{z_{12}}{z_{11}} = \frac{34}{9} = 3,78$$

$$i_{5-6} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{37}{25} = 1,48$$

$$i_{3,P} = i_s \cdot i_{5-6} = 3,777 \cdot 1,48 = 5,59$$

$$n_k = \frac{n_m}{i_{3,P}} = \frac{3000}{5,59} = 536,67 \text{ min}^{-1}$$

$$\omega_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_k}{60} = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{\pi \cdot 536,7}{30} = 56,2 \text{ s}^{-1}$$

$$v = \omega_k \cdot \frac{D_k}{2} = 56,2 \cdot \frac{0,6}{2} = 16,86 \text{ m/s} = 60,7 \text{ km/h}$$

b) Prestavna razmerja in hitrost vozila v vzvratni prestavi

Število zob vmesnega zobnika ne vpliva na prestavno razmerje.

$$i_{9-10} = \frac{z_{10}}{z_9} = \frac{40}{13} = 3,077$$

$$i_{VP} = i_s \cdot i_{9-10} = 3,777 \cdot 3,077 = 11,62$$

$$n_k = \frac{n_m}{i_{VP}} = \frac{3000}{11,62} = 258,17 \text{ min}^{-1}$$

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{\pi \cdot 258,17}{30} = 27,03 \text{ s}^{-1}$$

$$v = \omega_k \cdot \frac{D_k}{2} = 27,03 \cdot \frac{0,6}{2} = 8,11 \text{ m/s} = 29,2 \text{ km/h}$$

Na izhodu iz menjalnika imamo dve gnani gredi, ki poganjata kolesi. Pri vožnji naravnost sta obodni hitrosti koles enaki, pri vožnji v ovinek pa diferencial korigira obodni hitrosti, da ne prihaja do zdrsa koles. Če je eno kolo blokirano, se drugo vrti z dvojno vrtilno frekvenco. Diferencial predstavlja planetno gonilo s stožčastimi zobniki. Kinematika planetnih gonil bo podrobno obravnavana pri predmetu Strojni elementi 3.

2. Izkoristek menjalnika

Izgube moči zaradi trenja nastopijo na šestih ležajih, dveh parih zobnikov in treh radialnih grednih tesnilih. Izgube upoštevamo le na elementih, ki so obremenjeni. Izgube na zobnikih, ki se prosto vrtijo so zanemarljive.

$$\eta_m = \eta_l^6 \cdot \eta_z^2 \cdot \eta_t^3 = 0,995^6 \cdot 0,985^2 \cdot 0,98^3 = 0,886$$

3. Vrtilni momenti in razpoložljiva sila za premikanje vozila v tretji prestavi

a) Vrtilni moment na pogonski gredi

Pogonska gred menjalnika je povezana z gredjo motorja preko lamelne sklopke. Med vklapljanjem posameznih prestav odklopimo motor od menjalnika (pogon razbremenimo). Vrtilni moment motorja je enak vrtilnemu momentu na pogonski gredi menjalnika.

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 3000}{30} = 314,16 \text{ s}^{-1}$$

$$M_{t1} = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{50000}{314,16} = 159,15 \text{ Nm}$$

b) Vrtilni moment na polgredi (gred med diferencialom in kolesom)

$$M_{t,pg} = \frac{1}{2} \cdot M_{t1} \cdot i_{3,P} \cdot \eta_m = \frac{1}{2} \cdot 159,15 \cdot 5,59 \cdot 0,886 = 394,1 \text{ Nm}$$

c) Razpoložljiva sila za premikanje vozila

$$F_v = 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot M_{t,pg}}{D_k} \right) \cdot \eta_k^4 = 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 394,1}{0,6} \right) \cdot 0,99^4 = 2523,8 \text{ N}$$

Upoštevali smo še izgube zaradi trenja v ležajih v štirih kolesih.

Sila se porabi za premagovanje kotalnega upora pod kolesi, zračnega upora in dinamične komponente sile teže. Sile na vozilo določimo na enak način kot sile na dvokolesu (naloge 1.1).

4. Imenska napetost v pogonski gredi

Pogonska gred je povezana z gredjo pogonskih zobnikov z utorno zvezo. Obremenjena je samo na torzijo.

$$\tau_{t1} = \frac{16 \cdot M_{t1}}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 159,19 \cdot 10^3}{\pi \cdot 15^3} = 240,2 \text{ MPa}$$

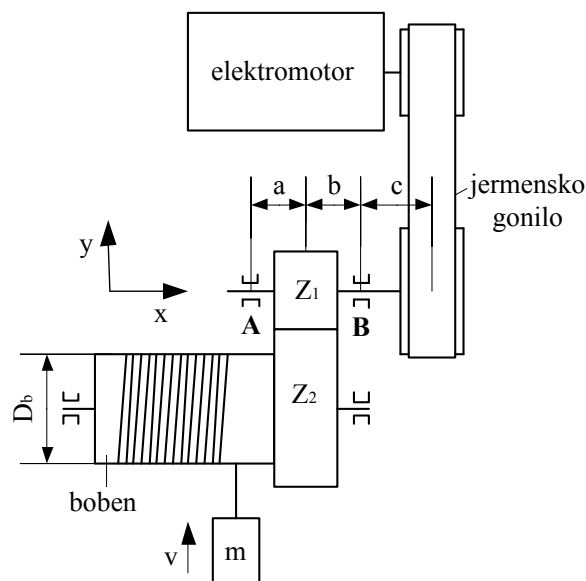
2. Sile na zobnikih, obremenitve gredi in ležajev

Naloga 2.1 – Pogon vitla

Elektromotor z močjo $P_m = 5,5\text{kW}$ in vrtilno frekvenco $n_m = 720\text{ min}^{-1}$ poganja preko jermenskega gonila in para zobnikov boben vitla premera $D_b = 240\text{mm}$. Breme se giblje s konstantno hitrostjo $v = 0,8\text{m/s}$. Zobnika imata število zob $z_1=17$, $z_2=96$ in modul 4mm . Premer pogonske jermenice znaša $d_{j1}=130\text{mm}$.

Zahteve naloge:

1. Določite maso bremena, ki jo lahko dvignemo z vitlom. (Izkoristki: jermensko gonilo $\eta_j=0,96$, zobniška dvojica $\eta_z=0,98$, en ležaj $\eta_L=0,99$).
2. Določite premer gnane jermenice d_{j2} , da bodo izpolnjene kinematske zahteve.
3. Določite sile na zobnikih. Pri izračunu upoštevajte ubirni kot $\alpha_n = 20^\circ$.
4. Določite obremenitev ležajev na gredi 2. Sila na jermenici, ki deluje v ravnini radialne sile na zobniku, znaša $F_j = 2000\text{N}$. Razdalje na gredi 2 so : $a = b = 60\text{mm}$, $c = 70\text{mm}$.
5. Določite obremenitev gredi 2 pod ležajem B in pod zobnikom z_1 . Narišite diagrame notranjih sil in momentov.



Slika 4: Shema pogona bobna vitla

Rešitev:

1. Masa bremena

a) Izkoristek gonila

$$\eta = \eta_i^4 \cdot \eta_j \cdot \eta_z = 0,99^4 \cdot 0,98 \cdot 0,96 = 0,9$$

b) Masa bremena

$$P_b = P_m \cdot \eta = 5500 \cdot 0,9 = 4970W$$

$$P_b = F_g \cdot v = m \cdot g \cdot v \Rightarrow m = \frac{P_b}{g \cdot v} = \frac{4970}{9,81 \cdot 0,8} = 633,35kg$$

2. Premer gnane jermenice

a) Celotno prestavno razmerje gonila

Indeks m smo uporabili za motor, indeks b pa za boben.

$$i = \frac{n_m}{n_b} = \frac{720}{63,66} = 11,31$$

$$v = \omega_b \cdot \frac{D_b}{2} \Rightarrow \omega_b = \frac{2 \cdot v}{D_b} = \frac{2 \cdot 0,8}{0,24} = 6,667s^{-1}$$

$$\omega_b = \frac{\pi \cdot n_b}{30} \Rightarrow n_b = \frac{30 \cdot \omega_b}{\pi} = \frac{30 \cdot 6,667}{\pi} = 63,66 \text{ min}^{-1}$$

b) Premer gnane jermenice

$$i_z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{96}{17} = 5,647$$

$$i = i_z \cdot i_j \Rightarrow i_j = \frac{i}{i_z} = \frac{11,31}{5,647} = 2$$

$$i_j = \frac{d_{j2}}{d_{j1}} \Rightarrow d_{j2} = d_{j1} \cdot i_j = 130 \cdot 2 = 260mm$$

3. Sile na zobnikih

Sila na zob deluje v smeri normale na bok zoba. Razstavimo jo na komponente: obodno silo F_t , radialno silo F_r in aksialno silo F_a . Če poznamo vrtilni moment na zobniku in kinematski premer zobnika lahko izračunamo obodno silo. Pri zobnikih brez profilnega premika je kinematski premer enak razdelnemu premeru.

a) Vrtilni moment na gredi 2

$$M_{t1} = M_{tm} = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{5500}{75,4} = 72,94Nm$$

$$\omega_m = \frac{\pi \cdot n_m}{30} = \frac{\pi \cdot 720}{30} = 75,4s^{-1}$$

$$M_{t2} = M_{t1} \cdot i_j \cdot \eta_j \cdot \eta_L = 72,94 \cdot 2 \cdot 0,96 \cdot 0,99 = 138,64Nm$$

Izračunali smo vrtilni moment na gredi pod zobnikom. Vrtilni moment na gnani jermenici je za moment trenja v ležaju B večji.

b) Sile na zobnikih

Obodna sila F_{t2} na gnanem zobniku deluje v smeri vrtenja zobnika. Na zob pogonskega zobnika deluje enako velika in nasproti usmerjena sila F_{t1} . Pri silah se indeksi nanašajo na oznako zobnika, pri vrtilnih momentih pa na oznako gredi. Radialni sili F_{r1} in F_{r2} delujeta proti središčema zobnikov.

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot M_{t2}}{d_1} = \frac{2 \cdot 138,64 \cdot 10^3}{68} = 4077,65 N$$

$$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 17 = 68 mm$$

$$|F_{t2}| = |F_{t1}| = 4077,65 N$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha_n = 4077,65 \cdot \tan 20^\circ = 1484,14 N$$

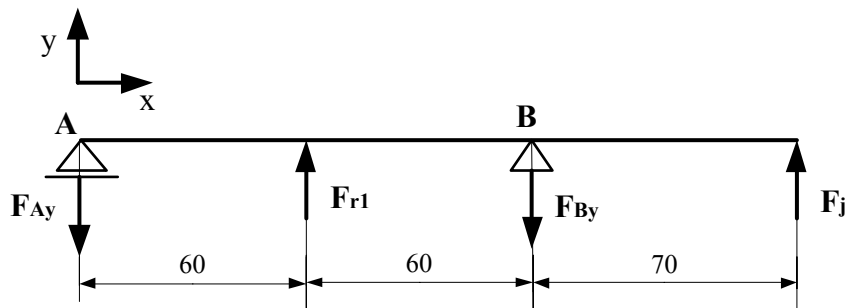
$$|F_{r2}| = |F_{r1}| = 1484,14 N$$

4. Obremenitev ležajev na gredi 2

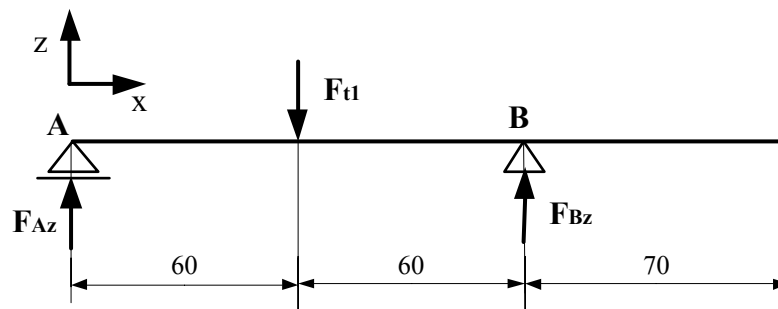
a) Statični model gredi 2

Gred prestavimo z linijskim nosilcem, ki je obremenjen s točkovnimi silami.

- Ravnina x-y



- Ravnina x-z



Slika 5: Sile na gred v posameznih ravninah

b) Reakcije v podporah

Za izračun reakcij v podporah uporabimo ravnotežne enačbe statike.

$$\sum M_B = 0;$$

$$F_{Ay} \cdot 120 - F_{r1} \cdot 60 + F_j \cdot 70 = 0$$

$$F_{Ay} = \frac{F_{r1} \cdot 60 - F_j \cdot 70}{120} = \frac{1484,14 \cdot 60 - 2000 \cdot 70}{120} = -424,6N$$

Negativni predznak pomeni, da je smer sile nasprotna od predpostavljene na skici.

$$\sum F_y = 0;$$

$$-F_{Ay} + F_{r1} - F_{By} + F_j = 0$$

$$F_{By} = -F_{Ay} + F_{r1} + F_j = -(-424,6) + 1484,14 + 2000 = 3908,74N$$

$$F_{Az} = F_{Bz} = \frac{F_{t1}}{2} = \frac{4077,65}{2} = 2038,8N$$

c) Radialne obremenitve ležajev

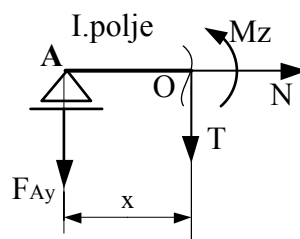
Ker ni zunanje sile v smeri osi x, sta ležaja obremenjena samo z radialnima silama.

$$F_{rA} = \sqrt{F_{Ay}^2 + F_{Az}^2} = \sqrt{424,6^2 + 2038,8^2} = 2082,54N$$

$$F_{rB} = \sqrt{F_{By}^2 + F_{Bz}^2} = \sqrt{3908,74^2 + 2038,8^2} = 4408,5N$$

5. Obremenitev gredi 2

a) Notranje sile in momenti v ravnini x-y



$$\sum F_y = 0;$$

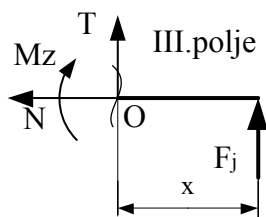
$$-F_{Ay} - T = 0 \Rightarrow T = -F_{Ay} = -(-424,6) = 424,6N$$

$$\sum M_O = 0;$$

$$F_{Ay} \cdot x + M_z = 0 \Rightarrow M_z = -F_{Ay} \cdot x$$

$$M_z(x=0) = 0$$

$$M_z(x=60) = -F_{Ay} \cdot 60 = -(-424,6) \cdot 60 = 25476Nmm = 25,47Nm$$



$$\sum F_y = 0;$$

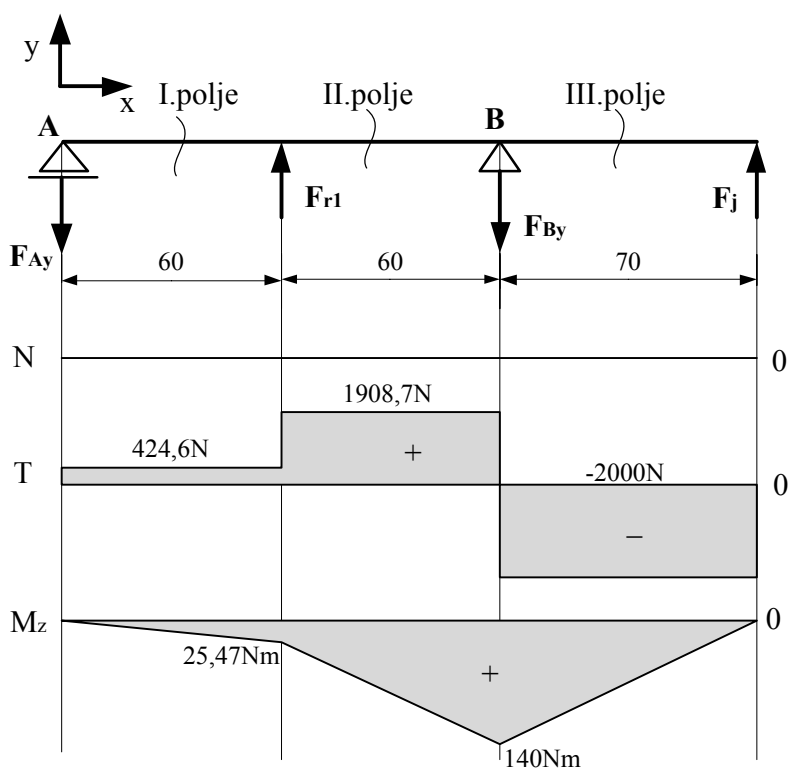
$$F_j + T = 0 \Rightarrow T = -F_j = -2000\text{N}$$

$$\sum M_O = 0;$$

$$F_j \cdot x - M_z = 0 \Rightarrow M_z = F_j \cdot x$$

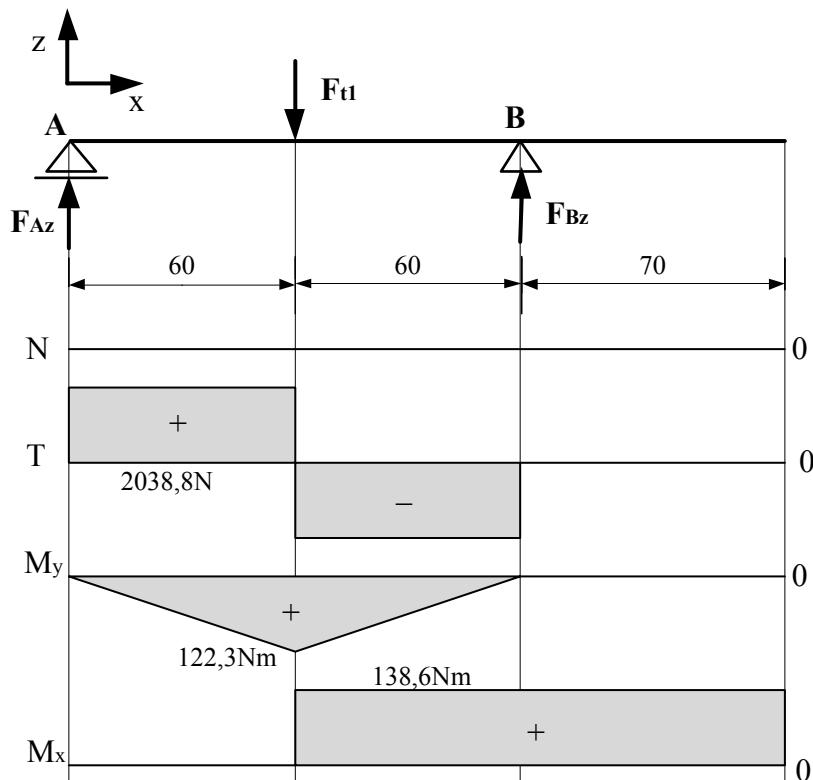
$$M_z(x=0) = 0$$

$$M_z(x=70) = F_j \cdot 70 = 2000 \cdot 70 = 140 \cdot 10^3 \text{Nm} = 140\text{Nm}$$



Slika 6: Notranje sile in momenti v ravnini x-y

b) Notranje sile in momenti v ravnini x-z



Slika 7: Notranje sile in momenti v ravnini x-z

$$T = F_{Az} = 2038,8 \text{ N}$$

$$M_y(x=0) = 0$$

$$M_y(x=60) = F_{Az} \cdot 60 = 2038,8 \cdot 60 = 122,33 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = 122,3 \text{ Nm}$$

c) Obremenitev gredi pod zobnikom in pod ležajem

Gred je obremenjena na upogib z upogibnima momentoma M_y in M_z in na torzijo s torzijskim momentom $M_x = M_t$. Obremenitev gredi s prečno silo lahko zanemarimo. Pri statičnem preračunu gredi in osi zato navadno določamo le momente.

- Obremenitev gredi pod zobnikom Z_1

$$M_f = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{122,3^2 + 25,47^2} = 124,9 \text{ Nm}$$

$$M_t = M_x = 138,6 \text{ Nm}$$

Uporaba Pitagorovega izreka za izračun upogibnega momenta M_f je dovoljena le pri okroglih prerezih.

- Obremenitev gredi pod ležajem B

$$M_f = M_z = 140 \text{ Nm}$$

$$M_t = M_x = 138,6 \text{ Nm}$$

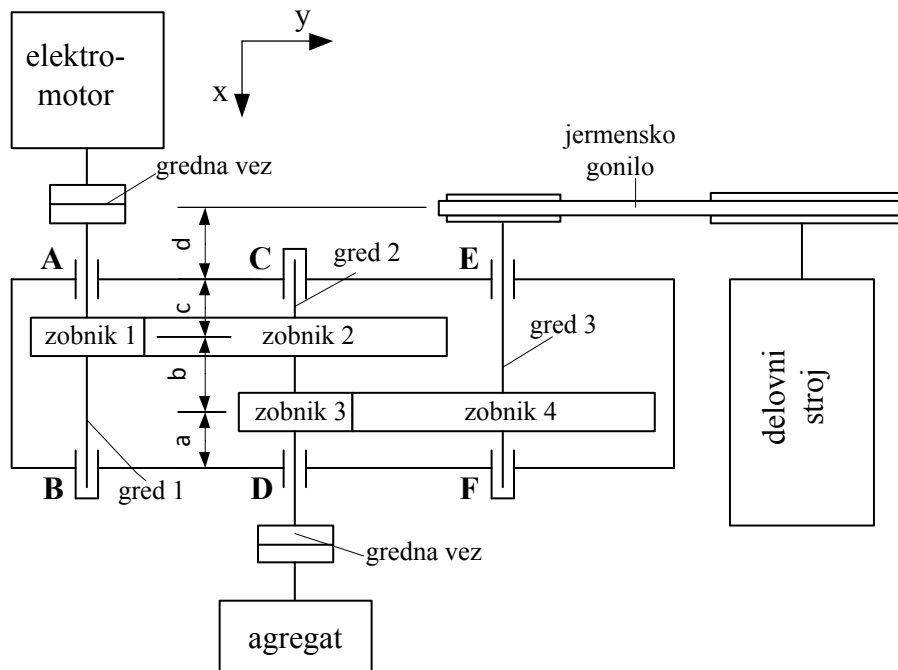
Naloga 2.2 – Dvostopenjsko zobniško gonilo z valjastimi zobniki

Elektromotor z močjo $P_m = 11\text{kW}$ in vrtilno frekvenco $n_m = 1420\text{ min}^{-1}$ poganja preko reduktorja in jermenskega gonila delovni stroj. Gred delovnega stroja se vrti z vrtilno frekvenco $n_d = 100\text{min}^{-1}$. 70% razpoložljive moči na gredi 2 se porabi pogon zobnika 4 in naprej za pogon delovnega stroja, preostanek pa za pogon agregata in pokrivanje izgub na gredi 2. Valjasti zobniki z ravnimi zobmi imajo število zob $z_1 = 17$, $z_2 = 50$ in $z_3 = 20$. Premer pogonske jermenice znaša $d_{j1}=180\text{mm}$, premer gnane pa $d_{j2}=340\text{mm}$. Modul zobnika 1 znaša 3mm, modul zobnika 4 pa 4 mm. Zobniki so izdelani brez profilnega premika.

Zahteve naloge:

1. Določite število zob zobnika 4, da bodo izpolnjene kinematske zahteve.
2. V pogledu (narisu) ponazorite zobnike z razdelnimi krogi, vrišite smeri vrtenja in vse delujoče sile. Gred 1 se vrti v smeri urinega kazalca gledano iz smeri agregata.
3. Narišite statična modela gredi 2 v dveh pravokotnih ravninah. Vrišite in označite vse sile. Narišite potek torzijskega momenta vzdolž gredi 2.
4. Določite vrednosti sil na zobnikih na gredi 2 in obremenitev ležaja D! (Izkoristki: en ležaj $\eta_l = 0,995$, tesnilo $\eta_t = 0,98$, par zobnikov $\eta_z = 0,985$)
5. Določite obremenitev gredi pod zobnikom 1.

Vrednosti razdalj na sliki 8: $a = 60\text{mm}$, $b = 70\text{mm}$, $c = 50\text{mm}$, $d = 80\text{mm}$



Slika 8: Shema pogona delovnega stroja in agregata (tloris)

Rešitev:

1. Število zob zobnika 4

$$i = \frac{n_m}{n_d} = \frac{1420}{100} = 14,2$$

$$i_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{50}{17} = 2,94$$

$$i_j = \frac{d_{j2}}{d_{j1}} = \frac{340}{180} = 1,89$$

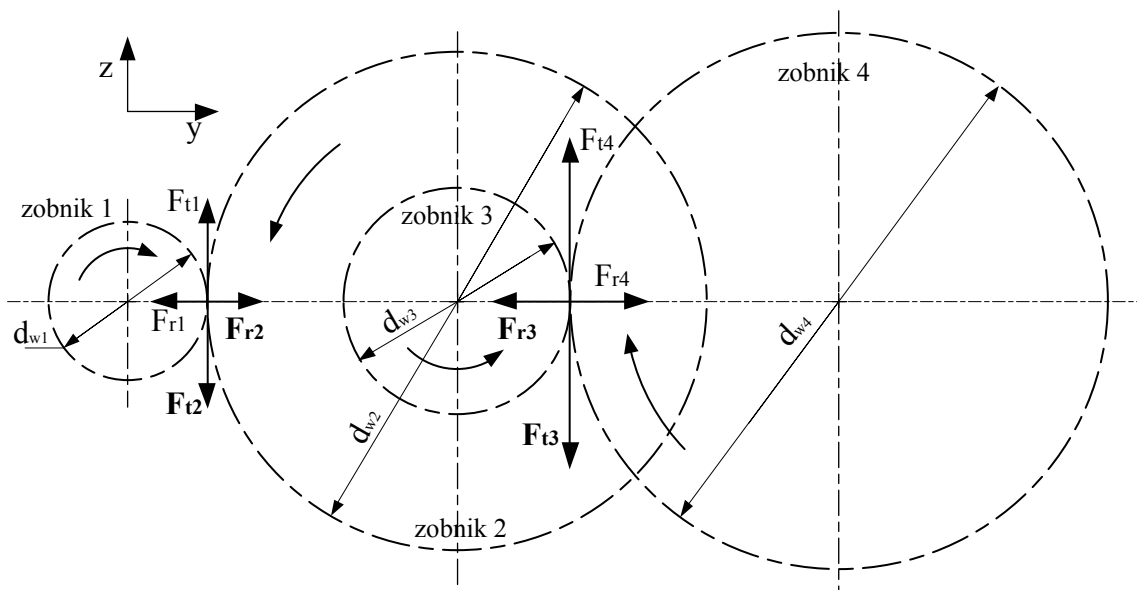
$$i = i_{1-2} \cdot i_{3-4} \cdot i_j \Rightarrow i_{3-4} = \frac{i}{i_{1-2} \cdot i_j} = \frac{14,2}{2,94 \cdot 1,89} = 2,55$$

$$i_{3-4} = \frac{z_4}{z_3} \Rightarrow z_4 = z_3 \cdot i_{3-4} = 20 \cdot 2,55 = 51$$

2. Sile na zobnikih

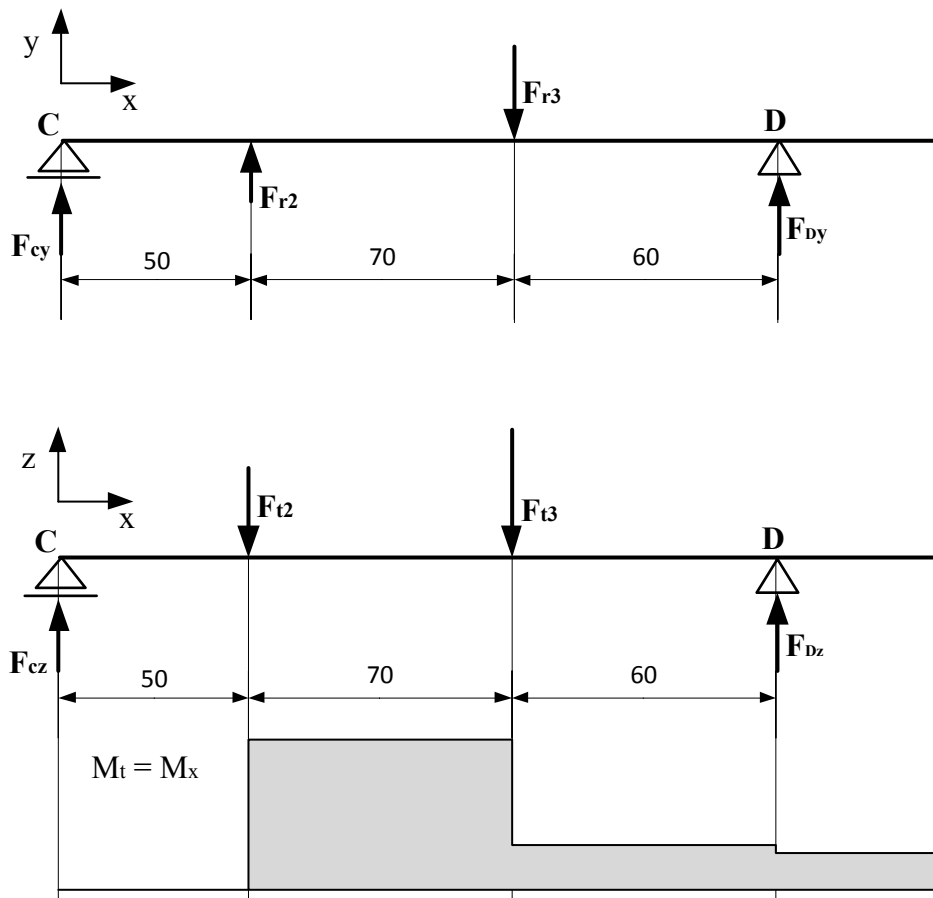
Obodna sila F_{t2} deluje na gnanem zobniku v smeri vrtenja zobnika 2. Na zob gonilnega zobnika 1 deluje enako velika in nasprotno usmerjena sila F_{t1} . Pri silah se indeksi nanašajo na oznako zobnika, pri vrtilnih momentih pa na oznako gredi. Radialni sili F_{r1} in F_{r2} delujeta proti središčema zobnikov. Na enak način kot na prvem zobniškem paru določimo sile na drugem paru.

Sile, ki se prenašajo iz zobnikov 2 in 3 na gred 2, smo na sliki označili s poudarjenim tekstom.



Slika 9: Določanje sil na zobnikih dvostopenjskega zobniškega gonila

3. Statični model gredi 2



Slika 10: Sila in potek vrtilnega momenta na vmesni gredi gonila

4. Obremenitev ležaja D

a) Vrtilni moment na gredi 2

Pri izračunu vrtilnega momenta bomo upoštevali izgube, ki nastanejo pri prenosu moči od elektromotorja do zobnika. Izgube zaradi trenja nastanejo na radialnem grednem tesnilu, dveh ležaji in med zobmi zobnikov 1 in 2. Če izgub ne upoštevamo, dobimo večje obremenitve elementov in smo zato pri vrednotenju gredi in ležajev na varni strani.

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{11000}{148,7} = 73,97 Nm$$

$$\omega_m = \frac{\pi \cdot n_m}{30} = \frac{\pi \cdot 1420}{30} = 148,7 s^{-1}$$

$$M_{t,z2} = M_m \cdot i_{1-2} \cdot \eta_l^2 \cdot \eta_t \cdot \eta_z = 73,97 \cdot 2,94 \cdot 0,995^2 \cdot 0,98 \cdot 0,985 = 207,84 Nm$$

Pod zobnikom 3 dobimo delitev moči. 70% moči se prenese na zobnik 4, preostanek pa porabi za kritje izgub na gredi 2 in za pogon agregata.

$$M_{t,Z3} = M_{t,Z2} \cdot 0,7 = 207,84 \cdot 0,7 = 145,48 Nm$$

b) Velikosti sil na zobnikih

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot M_{t,Z2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 207,84 \cdot 10^3}{150} = 2771,2 N$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 50 = 150 mm$$

c) $|F_{t1}| = |F_{t2}| = 2771,2 N$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha_n = 2771,2 \cdot \tan 20^\circ = 1008,63 N$$

d) $|F_{r1}| = |F_{r2}| = 1008,63 N$

$$F_{t3} = \frac{2 \cdot M_{t,Z3}}{d_3} = \frac{2 \cdot 145,48 \cdot 10^3}{80} = 3637 N$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 4 \cdot 20 = 80 mm$$

e) $|F_{t4}| = |F_{t3}| = 3637 N$

$$F_{r3} = F_{t3} \cdot \tan \alpha_n = 3637 \cdot \tan 20^\circ = 1323,76 N$$

f) $|F_{r4}| = |F_{r3}| = 1323,76 N$

c) Obremenitev ležaja D

Sile in razdalje so označene na statičnem modelu.

$$\sum M_{Cz} = 0;$$

$$F_{Dy} \cdot 180 - F_{r3} \cdot 120 + F_{r2} \cdot 50 = 0$$

$$F_{Dy} = \frac{F_{r3} \cdot 120 - F_{r2} \cdot 50}{180} = \frac{1323,76 \cdot 120 - 1008,63 \cdot 50}{180} = 602,33 N$$

$$\sum M_{Cy} = 0;$$

$$F_{Dz} \cdot 180 - F_{t3} \cdot 120 - F_{t2} \cdot 50 = 0$$

$$F_{Dz} = \frac{F_{t3} \cdot 120 + F_{t2} \cdot 50}{180} = \frac{3637 \cdot 120 + 2771,2 \cdot 50}{180} = 3194,44 N$$

$$F_{rD} = \sqrt{F_{Dy}^2 + F_{Dz}^2} = \sqrt{602,33^2 + 3194,44^2} = 3250,73 N$$

5. Obremenitev gredi pod zobnikom 1

Obremenitev gredi zaradi prečne sile zanemarimo. Pri vrednotenju gredi upoštevamo le upogibni in torzijski moment.

a) Torzijski moment

$$M_{t1} = M_{tm} \cdot \eta_l \cdot \eta_t = 73,97 \cdot 0,995 \cdot 0,98 = 72,13 Nm$$

b) Upogibni moment

Za izračun največjega upogibnega momenta v nosilcu, ki je obremenjen z eno točkovno silo lahko uporabimo enačbo

$$M_{f \max} = \frac{F \cdot a \cdot b}{l},$$

kjer sta a in b razdalji od sile do podpor, l pa razpetina nosilca.

V našem primeru velja:

$$M_{y1} = \frac{F_{t1} \cdot c \cdot (a+b)}{a+b+c} = \frac{2771,2 \cdot 50 \cdot (60+70)}{180} = 100 \cdot 10^3 Nmm = 100 Nm$$

$$M_{z1} = \frac{F_{r1} \cdot c \cdot (a+b)}{a+b+c} = \frac{1008,63 \cdot 50 \cdot (60+70)}{180} = 36,42 \cdot 10^3 Nmm = 36,42 Nm$$

$$M_{f1} = \sqrt{M_{y1}^2 + F_{z1}^2} = \sqrt{100^2 + 36,42^2} = 106,42 Nm$$

Do enakega rezultata pridemo, če računamo upogibni moment z normalno silo na zob zobnika. Postopek je dopusten le pri valjastih zobnikih z ravnimi zobmi, ko na zobniku ni aksialne sile.

$$F_{n1} = \sqrt{F_{r1}^2 + F_{t1}^2} = \sqrt{1008,63^2 + 2771,2^2} = 2949 N$$

$$M_{f1} = \frac{F_{n1} \cdot c \cdot (a+b)}{a+b+c} = \frac{2949 \cdot 50 \cdot (60+70)}{180} = 106,4 \cdot 10^3 Nmm = 106,4 Nm$$

3. Vrednotenje kotalnih ležajev

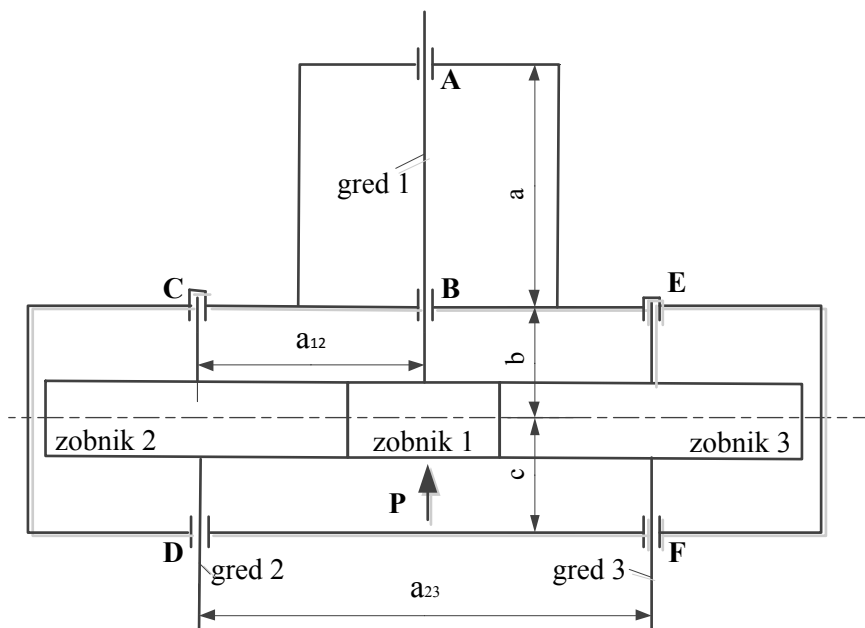
Naloga 3.1 – Enostopenjsko razdelilno zobniško gonilo z valjastimi zobniki

Zobniško gonilo z dvema gnanima gredema prenaša imensko moč $P_1 = 5,5 \text{ kW}$. Pogonska gred se vrti z vrtilno frekvenco $n_1 = 720 \text{ min}^{-1}$, gnani gredi pa z vrtilnima frekvencama $n_2 = n_3 = 280 \text{ min}^{-1}$. Na vsako gnano gred se prenese polovico imenske moči gonila. Zobnik 1 ima 21 zob in modul 3 mm. Gredi so vležajene s krogličnimi ležaji 6006.

Razdalje: $a = 120 \text{ mm}$, $b = c = 70 \text{ mm}$

Zahteve naloge:

1. Ponazorite zobnike v pogledu P z razdelnimi krogi, vrišite smeri vrtenja in vse sile. Zobnik 1 se vrti v smeri urinega kazalca gledano iz smeri P. Določite še obremenitev ležaja A! Izgube in lastno težo elementov lahko zanemarite.
2. Izračunajte dobo trajanja ležaja C v obratovalnih urah za 95% verjetnost preživetja in $a_{\text{ISO}} = 0,8$.



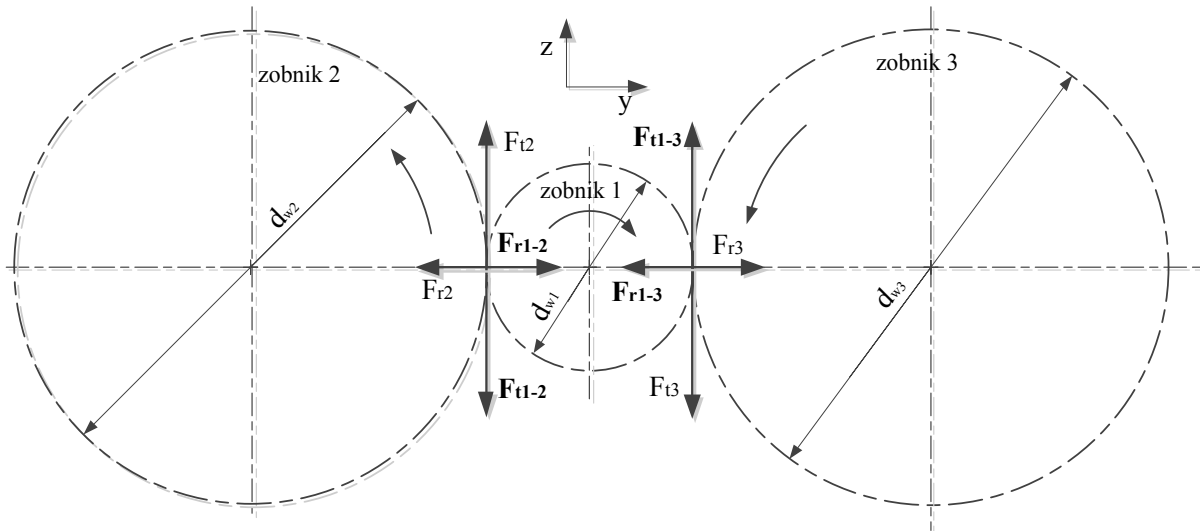
Slika 11: Razdelilno zobniško gonilo

Rešitev:

1. Obremenitev ležaja A

Moč se razdeli na gredi 2 in 3 v odvisnosti od dejanske zunanje obremenitve na posameznih gredeh. V posebnem primeru, ko sta obremenitvi na obeh izhodnih gredeh enaki, dobimo izravnavo sil. Iz slike sil je razvidno, da se kompenzirata sili F_{t1-2} in F_{t1-3} ter F_{r1-2} in F_{r1-3} .

Če zanemarimo izgube in lastno težo elementov, ležaja A in B nista obremenjena. Zaradi napak ozobja se obodna sila sicer ne razdeli povsem enako na oba zobnika. Kljub temu je obremenitev ležajev A in B zanemarljiva.



Slika 12: Sile na zobnikih pri razdelilnem gonilu

2. Doba trajanja ležaja C

V podpori C je uporabljen kroglični ležaj 6006, ki ima dinamično nosilnost $C = 13,3\text{kN}$ [2].

a) Sile na zobniku 2

$$M_{t1} = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{5500}{75,4} = 72,94\text{Nm}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 720}{30} = 75,4\text{s}^{-1}$$

$$F_{t2} = F_{t1-2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot M_{t1}}{d_1} \right) = \frac{72,94 \cdot 10^3}{63} = 1157,77\text{N}$$

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 21 = 63\text{mm}$$

$$F_{r2} = F_{r1-2} = F_{t1} \cdot \tan 20 = 421,4\text{N}$$

b) Obremenitev ležaja C

Ker je zobnik 2 na sredini med ležajema C in D sta oba ležaja obremenjena z enako radialno silo.

$$F_{rc} = \sqrt{\left(\frac{F_{t2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{F_{r2}}{2} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1157,77}{2} \right)^2 + \left(\frac{421,4}{2} \right)^2} = 616\text{N}$$

Ker je aksialna obremenitev ležaja 0, je dinamična ekvivalentna obremenitev P radialna sila na ležaj. Običajno uporabljamo oznako P tudi za moč. V standardni enačbi za določitev dobe trajanja **P ni moč**.

$$P = F_{rc} = 616N$$

c) Doba trajanja ležaja

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \cdot 10^6 = \left(\frac{13,3}{0,616}\right)^3 \cdot 10^6 = 10,06 \cdot 10^9 \text{ vrt.}$$

$$L_{10h} = \frac{L_{10}}{60 \cdot n_2} = \frac{10,06 \cdot 10^9}{60 \cdot 280} = 599105 \text{ ur}$$

$$L_{5h} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10h} = 0,64 \cdot 0,8 \cdot 599105 = 306742 \text{ ur}$$

$a_1 = 0,64$, za verjetnost trajanja 95% po tab. 9 [1]

Naloga 3.2 – Vrednotenje krogličnega ležaja pri spremenljivi obremenitvi

Vrednotite kroglični ležaj 6211, ki se vrti z vrtilno frekvenco $n = 300 \text{ min}^{-1}$ in je obremenjen z dvema različnima obremenitvenima stanjema. Ležaj je mazan z oljem ISO VG 100. Med obratovanjem se olje segreje na cca. 60°C .

Podatki za ležaj iz kataloga proizvajalcev:

- Dinamična nosilnost $C = 46,2 \text{ kN}$
- Statična nosilnost $C_0 = 29 \text{ kN}$
- Trajna dinamična nosilnost ležaja $C_u = 1,25 \text{ kN}$

Obremenitev ležaja:

- $F_{r1} = 6 \text{ kN}$; $F_{a1} = 1 \text{ kN}$; delež v celotnem obratovalnem ciklu: 30%
- $F_{r2} = 4 \text{ kN}$; $F_{a2} = 1,6 \text{ kN}$; delež v celotnem obratovalnem ciklu: 70%

Zahteve naloge:

1. Določite dinamično ekvivalentno obremenitev ležaja.
2. Izračunajte imensko dobo trajanja v obratovalnih urah.
3. Določite dobo trajanja za 96% verjetnost preživetja in srednjo čistost maziva ($e_c = 0,5$).

Rešitev:

1. Dinamična ekvivalentna obremenitev ležaja

a) Posamezni dinamični ekvivalentni obremenitvi P_1 in P_2

$$\frac{F_{a1}}{C_0} = \frac{1}{29} = 0,034 \Rightarrow e \cong 0,23$$

$$\frac{F_{a1}}{F_{r1}} = \frac{1}{6} = 0,16$$

$$\frac{F_{a1}}{F_{r1}} = 0,16 \leq e = 0,23 \Rightarrow X_1 = 1; Y_1 = 0$$

$$\frac{F_{a2}}{C_0} = \frac{1,6}{29} = 0,055 \Rightarrow e = 0,26$$

$$\frac{F_{a2}}{F_{r2}} = \frac{1,6}{4} = 0,4$$

$$\frac{F_{a2}}{F_{r2}} = 0,4 \geq e = 0,26 \Rightarrow X_2 = 0,56; Y_2 = 1,69$$

$$P_1 = X_1 \cdot F_{r1} + Y_1 \cdot F_{a1} = 1 \cdot 6 + 0 \cdot 1 = 6kN$$

$$P_2 = X_2 \cdot F_{r2} + Y_2 \cdot F_{a2} = 0,56 \cdot 4 + 1,69 \cdot 1,6 = 4,94kN$$

Koeficienta radialne oz. aksialne obremenitve smo določili po tabeli 8 [1].

b) Skupna ekvivalentna dinamična obremenitev

$$P = \sqrt[3]{P_1^3 \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100} + P_2^3 \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100}} = \sqrt[3]{6^3 \cdot 1 \cdot \frac{30}{100} + 4,94^3 \cdot 1 \cdot \frac{70}{100}} = 5,3kN$$

2. Imenska doba trajanja ležaja v obratovalnih urah

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \cdot 10^6 = \left(\frac{46,2}{5,3}\right)^3 \cdot 10^6 = 662,3 \cdot 10^6 \text{ vrt.}$$

$$L_{10h} = \frac{L_{10}}{60 \cdot n} = \frac{662,3 \cdot 10^6}{60 \cdot 300} = 36794 \text{ ur}$$

3. Razširjen izračun dobe trajanja ležaja

$a_1 = 0,55$, za verjetnost trajanja 96% po tab. 9 [1]

$$\frac{e_c \cdot C_u}{P} = \frac{0,5 \cdot 1,25}{5,3} = 0,12$$

$v = 38 \text{ mm}^2/\text{s}$; za olje ISO VG 100 pri temperaturi 60°C , diagram 10 [1]

$v_1 = 44 \text{ mm}^2/\text{s}$; potrebna viskoznost olja pri $d_m = 77,5 \text{ mm}$ in $n = 300 \text{ min}^{-1}$, diagram 11 [1]

$$\kappa = \frac{v}{v_1} = \frac{38}{44} = 0,86$$

Koeficient a_{ISO} odčitamo po diagramu 13 [1].

$$\text{za } \frac{e_c \cdot C_u}{P} = 0,12 \text{ in } \kappa = 0,86 \Rightarrow a_{ISO} = 2,1$$

$$L_{4h} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10h} = 0,55 \cdot 2,1 \cdot 36794 = 42497 \text{ ur}$$

4. Vrednotenje osi, gredi in grednih vezi

Naloga 4.1: Kontrola gonilne gredi razdelilnega gonila (slika 11)

Za razdelilno gonilo, ki je prikazano na sliki 11, izvedite kontrolo napetosti v kritičnem prerezu na prehodu ob ležaju B! Premer gredi pod ležajem znaša 30mm. Hrapavost gredi v kritičnem prerezu znaša $R_{\max} = 6 \mu\text{m}$, koeficient zarezne učinka za upogib 2,1, koeficient zarezne učinka za torzijo pa 1,8. Gred je izdelana iz jekla C45E z $R_m = 700 \text{ MPa}$. Upoštevajte varnost 1,75.

Rešitev:

Gredi so v splošnem obremenjene na upogib in na torzijo. V posebnih primerih so gredi lahko obremenjene samo na torzijo. Zaradi izravnave sil gred 1 ni obremenjena na upogib.

a) Torzijska napetost v gredi

$$\tau_{t\max} = \beta_{kt} \cdot \frac{M_{t1}}{W_p} = \beta_{kt} \cdot \frac{16 \cdot M_{t1}}{\pi \cdot d^3} = 1,8 \cdot \frac{72,94 \cdot 10^3}{\pi \cdot 30^3} = 24,76 \text{ MPa}$$

$d = 30 \text{ mm}$, premer gredi pod ležajem 6006

b) Dopustna napetost

Pri izračunu dopustne napetosti upoštevamo utripno torzijsko trajno dinamično trdnost (vrtenje gredi v eno smer), vpliv velikosti prereza in vpliv hrapavosti površine.

$$\tau_{tdop} = \frac{\tau_{Dt}^{R=0} \cdot b_1 \cdot b_2}{s_D} = \frac{340 \cdot 0,88 \cdot 0,87}{1,75} = 148,7 \text{ MPa}$$

$\tau_{Dt} = 340 \text{ MPa}$, za jeklo C45E in $R = 0$ po diagramu 6 [1]

$b_1 = 0,88$, za $d = 30 \text{ mm}$ po diagramu 7 [1]

$b_2 = 0,87$, za $R_m = 700 \text{ MPa}$ in $R_{\max} = 6 \mu\text{m}$ po diagramu 8 [1]

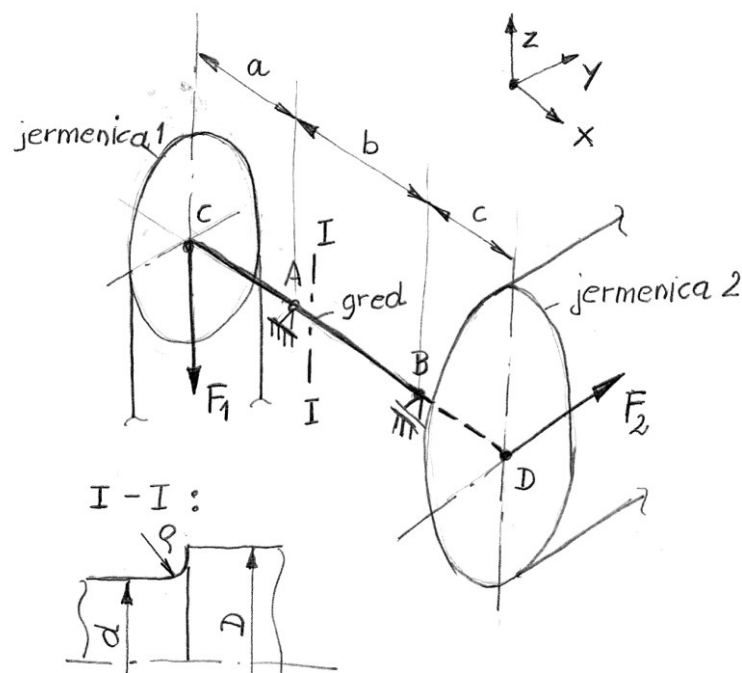
$$\tau \ll$$

Dejanska napetost v kritičnem prerezu je bistveno manjša od dopustne napetosti. Gred trdnostno ni kritična.

Naloga 4.2: Vrednotenje vmesne gredi dvostopenjskega jermenskega gonila

Vmesna gred dvostopenjskega gonila prenaša moč $P = 11 \text{ kW}$ in se vrti z vrtilno frekvenco $n = 400 \text{ min}^{-1}$. Na gredi sta jermenici, na katerih delujeta sili $F_1 = 5 \text{ kN}$ in $F_2 = 4 \text{ kN}$. Gred je uležajena s krogličnima ležajema 6211. Vrti se le v eno smer.

Ostali podatki: $a = c = 100 \text{ mm}$, $b = 250 \text{ mm}$, $d = 55 \text{ mm}$, $D = 65 \text{ mm}$, $\rho = 1,5 \text{ mm}$



Slika 13: Vmesna gred jermenskega gonila

Zahteve naloge:

1. Izvedite kontrolo napetosti v kritičnem prerezu I-I (ob ležaju A)! Upoštevajte obremenitev gredi pod ležajem. Gred je izdelana iz konstrukcijskega jekla E295 z $R_m = 500 \text{ MPa}$ in $R_{p0,2} = 275 \text{ MPa}$. Hrapavost gredi v kritičnem prerezu znaša $R_{\max} = 6 \mu\text{m}$.
2. Izračunajte povos gredi v točki D, nagib jermenice 2 in nagib gredi v ležaju B! (izvedba pogona 1-slika 13) Upoštevajte konstanten premer gredi $d = 60 \text{ mm}$.
3. Izračunajte povos gredi v točki D in nagib jermenice 2, če jermensko gonilo 1 leži v isti ravnini kot jermensko gonilo 2 (izvedba pogona 2). Sili F_1 in F_2 ležita v isti ravnini. Obravnavajte primera iste usmerjenosti sil in primer nasprotne usmerjenosti.
4. Določite zasuk med jermenicama in ga primerjajte z dopustno vrednostjo. Jermenici sta široki 100 mm . Sili delujeta na sredini širine jermenic.
5. Določite kritično vrtilno frekvenco gredi, če znašata masi jermenic $m_1 = 30 \text{ kg}$ in $m_2 = 20 \text{ kg}$.

Rešitev:

1. Kontrola napetosti v kritičnem prerezu I – I

a) Obremenitev gredi v kritičnem prerezu

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{11000}{41,88} = 262,65 \text{ Nm}$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 400}{30} = 41,88 \text{ s}^{-1}$$

$$M_f = F_1 \cdot a = 5000 \cdot 0,1 = 500 \text{ Nm}$$

b) Koeficienta zarezne učinka

$$\beta_{kf} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kf} - 1) = 1 + 0,68 \cdot (2,55 - 1) = 2,05$$

$$\alpha_{kf} = 2,55; \text{ za } \frac{d}{D} = \frac{55}{65} = 0,84 \text{ in } \frac{\rho}{t} = \frac{1,5}{5} = 0,3 \text{ po diagramu 1 [1]}$$

$$\eta_k = 0,68; \text{ za } \frac{R_{p0,2}}{R_m} = \frac{275}{500} = 0,55 \text{ in } \rho = 1,5 \text{ mm po diagramu 4 [1]}$$

$$\beta_{kt} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kt} - 1) = 1 + 0,68 \cdot (1,75 - 1) = 1,47$$

$$\alpha_{kt} = 1,75; \text{ za } \frac{d}{D} = \frac{55}{65} = 0,84 \text{ in } \frac{\rho}{t} = \frac{1,5}{5} = 0,3 \text{ po diagramu 2 [1]}$$

c) Izračun napetosti v kritičnem prerezu

- Upogibna napetost

$$\sigma_{f \max} = \beta_{kf} \cdot \frac{M_f}{W_x} = \beta_{kf} \cdot \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = 2,05 \cdot \frac{32 \cdot 500 \cdot 10^3}{\pi \cdot 55^3} = 62,75 \text{ MPa}$$

- Torzijska napetost

$$\tau_{t \max} = \beta_{kt} \cdot \frac{M_t}{W_p} = \beta_{kt} \cdot \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 1,47 \cdot \frac{16 \cdot 262,65 \cdot 10^3}{\pi \cdot 55^3} = 11,8 \text{ MPa}$$

- Primerjalna napetost

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_{f \max}^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_{t \max})^2} = \sqrt{62,75^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 11,8)^2} = 64,36 \text{ MPa}$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{Df}^{R=-1}}{1,73 \cdot \tau_{Dt}^{R=0}} = \frac{250}{1,73 \cdot 205} = 0,7$$

$\sigma_{Df} = 250 \text{ MPa}$ za jeklo E295 in $R = -1$ iz Smithovega diagrama 5a [1]

$\tau_{Dt} = 205 \text{ MPa}$ za jeklo E295 in $R = 0$ iz Smithovega diagrama 5b [1]

d) Izračun dopustne napetosti

$$\sigma_{dop} = \frac{\sigma_{Df}^{R=-1} \cdot b_1 \cdot b_2}{S_D} = \frac{250 \cdot 0,8 \cdot 0,9}{1,75} = 102,85 \text{ MPa}$$

$b_1 = 0,8$, za $d = 55 \text{ mm}$ po diagramu 7 [1]

$b_2 = 0,9$, za $R_m = 500 \text{ MPa}$ in $R_{\max} = 6 \mu\text{m}$ po diagramu 8 [1]

Primerjalna napetost v kritičnem prerezu je manjša od dopustne napetosti. Gred iz podanega materiala zdrži predvidene obremenitve.

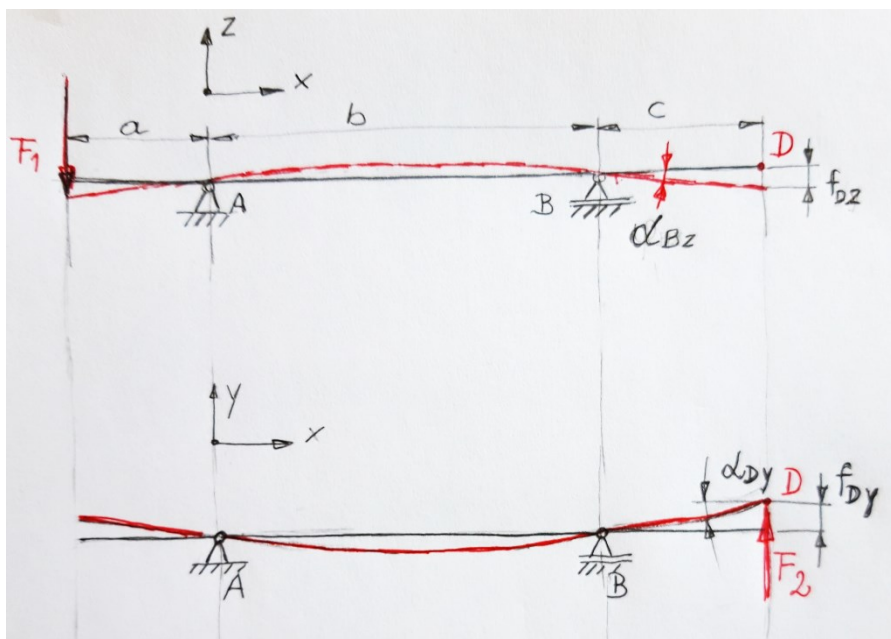
2. Izračun povesa pod jermenico 2 in nagiba jermenice (izvedba pogona 1)

Pri izračunu povesov se poslužujemo pravila superpozicije. Izračunamo deformacije, ki jih povzročajo posamezne sile. Za izračun uporabimo izpeljane enačbe za elementarne nosilce.

Poves v istih ravninah seštejemo. Če nastopijo povesi v dveh pravokotnih ravninah, skupni poves določimo po Pitagorovem izreku. Upoštevali bomo konstanten prerez gredi po dolžini. To nam izračun poenostavi, na končen rezultat pa poenostavitev nima odločilnega vpliva.

a) Poves pod jermenico 2 v točki D

Razpetine: $a = c = 100\text{mm}$, $b = l = 250\text{mm}$ (razdaljo med podporama običajno označimo z l)
V izračunih bomo uporabili modul elastičnosti za jeklo $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.



Slika 14: Deformacije gredi pri izvedbi pogona 1

- Poves v točki D zaradi sile F_1

$$\tan \alpha_{Bz} = \frac{F_1 \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I_y} = \frac{5000 \cdot 100 \cdot 250}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 1,56 \cdot 10^{-4}$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 60^4}{64} = 636174 \text{ mm}^4$$

$$\tan \alpha_{Bz} = \frac{f_{Dz}}{c} \Rightarrow f_{Dz} = c \cdot \tan \alpha_{Bz} = 100 \cdot 1,56 \cdot 10^{-4} = 0,0156 \text{ mm}$$

- Poves v točki D zaradi sile F_2

$$f_{Dy} = \frac{F_2 \cdot c^2 \cdot (l + c)}{3 \cdot E \cdot I_z} = \frac{4000 \cdot 100^2 \cdot (250 + 100)}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 0,035 \text{ mm}$$

- Poves v točki D

$$f_D = \sqrt{f_{Dy}^2 + f_{Dz}^2} = \sqrt{0,035^2 + 0,0156^2} = 0,038 \text{ mm}$$

b) Nagib jermenice 2

$$\tan \alpha_{Dy} = \frac{F_2 \cdot c \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot c)}{6 \cdot E \cdot I_z} = \frac{4000 \cdot 100 \cdot (2 \cdot 250 + 3 \cdot 100)}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\tan \alpha_{Dz} = \tan \alpha_{Bz} = 1,56 \cdot 10^{-4}$$

$$\tan \alpha_D = \sqrt{(\tan \alpha_{Dy})^2 + (\tan \alpha_{Dz})^2} = \sqrt{(4 \cdot 10^{-4})^2 + (1,56 \cdot 10^{-4})^2} = 4,3 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha_D = 0,0245 \text{ rad} = 1,4^\circ$$

Zaradi nagiba jermenice obstaja nevarnost, da ploščati ali zobati jermen bočno izpade iz jermenice. Pri klinastih jermenih pride do nepravilnega natekanja jermena v klinastem utoru in do večje obrabe jermena.

c) Nagib gredi v ležaju B

$$\tan \alpha_{Bz} = \frac{F_1 \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I_y} = \frac{5000 \cdot 100 \cdot 250}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 1,56 \cdot 10^{-4}$$

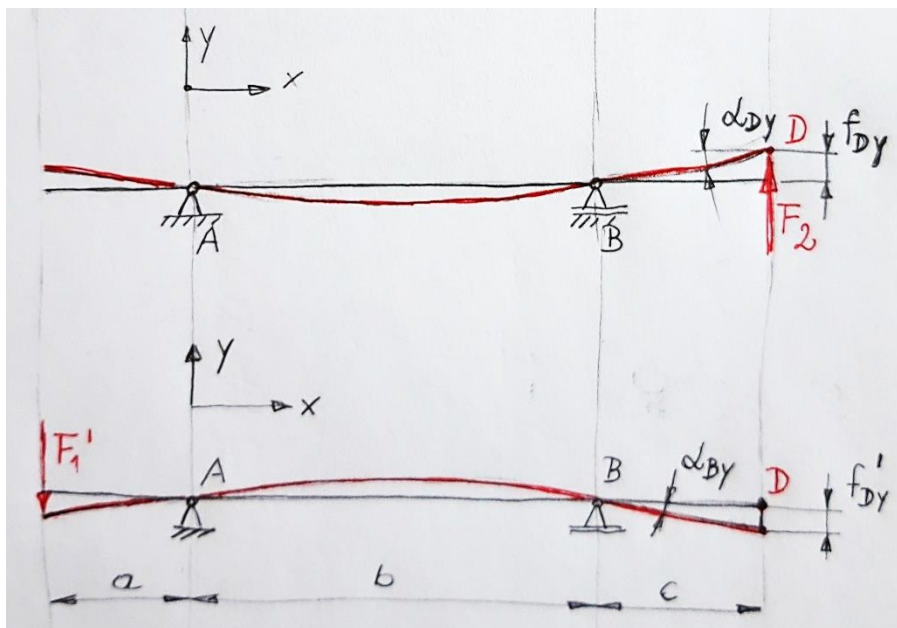
$$\tan \alpha_{By} = \frac{F_2 \cdot a \cdot l}{3 \cdot E \cdot I_z} = \frac{4000 \cdot 100 \cdot 250}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 2,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\tan \alpha_B = \sqrt{(\tan \alpha_{By})^2 + (\tan \alpha_{Bz})^2} = \sqrt{(2,5 \cdot 10^{-4})^2 + (1,56 \cdot 10^{-4})^2} = 2,95 \cdot 10^{-4}$$

Nagib gredi v krogličnem ležaju je manjši od dopustne vrednosti, ki je podana v priporočilih [2].

$$\tan \alpha_B = 2,95 \cdot 10^{-4} \ll p = 0,003$$

3. Izračun povesa pod jermenico 2 in nagiba jermenice (izvedba pogona 2)



Slika 15: Deformacije gredi pri izvedbi pogona 2

a) Poves pod jermenico 2 v točki D

- Poves v točki D zaradi sile F_2

$$f_{Dy} = \frac{F_2 \cdot c^2 \cdot (l + c)}{3 \cdot E \cdot I_z} = \frac{4000 \cdot 100^2 \cdot (250 + 100)}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 0,035 \text{ mm}$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 60^4}{64} = 636174 \text{ mm}^4$$

- Poves v točki D zaradi sile F_1'

$$\tan \alpha_{By} = \frac{F_1' \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I_z} = \frac{5000 \cdot 100 \cdot 250}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 1,56 \cdot 10^{-4}$$

$$\tan \alpha_{By} = \frac{f'_{Dy}}{c} \Rightarrow f'_{Dy} = c \cdot \tan \alpha_{By} = 100 \cdot 1,56 \cdot 10^{-4} = 0,0156 \text{ mm}$$

- Poves v točki D, če sili na prevesnih poljih delujeta v nasprotno smer

$$f_D = f_{Dy} - f'_{Dy} = 0,035 - 0,0156 = 0,0194 \text{ mm}$$

- Poves v točki D, če sili na prevesnih poljih delujeta v isto smer

$$f_D = f_{Dy} + f'_{Dy} = 0,035 + 0,0156 = 0,0556 \text{ mm}$$

b) Nagib jermenice v točki D

$$\tan \alpha_{Dy} = \frac{F_2 \cdot c \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot c)}{6 \cdot E \cdot I_z} = \frac{4000 \cdot 100 \cdot (2 \cdot 250 + 3 \cdot 100)}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\tan \alpha'_{Dy} = \tan \alpha_{By} = \frac{F_1' \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I_z} = \frac{5000 \cdot 100 \cdot 250}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 1,56 \cdot 10^{-4}$$

- Nagib v točki D, če sili na prevesnih poljih delujeta v nasprotno smer

$$\tan \alpha_D = \tan \alpha_{Dy} - \tan \alpha'_{Dy} = 4 \cdot 10^{-4} - 1,56 \cdot 10^{-4} = 2,44 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha_D = 0,0137 \text{ rad} = 0,78^\circ$$

- Nagib v točki D, če sili na prevesnih poljih delujeta v isto smer

$$\tan \alpha_D = \tan \alpha_{Dy} + \tan \alpha'_{Dy} = 4 \cdot 10^{-4} + 1,56 \cdot 10^{-4} = 5,56 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha_D = 0,032 \text{ rad} = 1,82^\circ$$

4. Zasuk gredi med jermenicama

a) Poenostavljen pristop (enak premer gredi po celotni dolžini)

Širina jermenice znaša $b_j = 100\text{mm}$. V izračunu bomo upoštevali razdaljo med jermenicama

$$l = (a + b + c) - 2 \cdot \frac{b_j}{2} = (100 + 250 + 100) - 2 \cdot \frac{100}{2} = 350\text{mm}$$

premer gredi $d = 60\text{mm}$, strižni modul $G = 8,3 \cdot 10^4 \text{MPa}$ in torzijski moment $M_t = 262,65\text{Nm}$ (izračun M_t je v točki 1).

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t} = \frac{262,65 \cdot 10^3 \cdot 350}{8,3 \cdot 10^4 \cdot 1272345} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{rad}$$

$$I_t = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot 60^4}{32} = 1272345\text{mm}^4$$

b) Natančen izračun (stopničasta gred)

Upoštevamo širino ležaja 6211, ki znaša $B = 21\text{mm}$. Med naslonoma je premer gredi $d_2 = 65\text{mm}$ in dolžina gredi

$$l_2 = b - 2 \cdot \frac{B}{2} = 250 - 2 \cdot \frac{21}{2} = 229\text{mm}$$

Razdalja med naslonom na gredi in robom jermenice znaša

$$l_1 = (a + b + c) - 2 \cdot \frac{b_j}{2} - l_2 = (100 + 250 + 100) - 2 \cdot \frac{100}{2} - 229 = 121\text{mm}$$

$$\varphi = \frac{M_t}{G} \cdot \left(\frac{l_1}{I_{t1}} + \frac{l_2}{I_{t2}} \right) = \frac{262,65 \cdot 10^3}{8,3 \cdot 10^4} \cdot \left(\frac{121}{898360} + \frac{229}{1752481} \right) = 8,4 \cdot 10^{-4} \text{rad}$$

$$I_{t1} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} = \frac{\pi \cdot 55^4}{32} = 898360\text{mm}^4$$

$$I_{t2} = \frac{\pi \cdot d_2^4}{32} = \frac{\pi \cdot 65^4}{32} = 1752481\text{mm}^4$$

Poenostavljen pristop nam da nekoliko večji kot zasuka in je zato na varni strani.

c) Dopustni zasuk

Priporočilo po literaturi [2]:

$$\varphi_{dop} = (4 \dots 9) \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right] \cdot l [\text{m}]$$

Spodnje vrednosti veljajo za transmisijske gredi, zgornje pa za gredi gonil in druge gredi.

$$\varphi_{dop} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot l = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,35 = 0,0014\text{rad}$$

$$\varphi = 0,00087\text{rad} \leq \varphi_{dop} = 0,0014\text{rad}$$

Gred je torzijsko zadosti toga, saj je dejanski zasuk manjši od dopustnega iz priporočil.

5. Kritična vrtilna frekvenca gredi

a) Povesi gredi pod jermenicama zaradi lastne teže jermenic

$$f_{G1} = \frac{F_{G1} \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I_y} = \frac{(30 \cdot 9,81) \cdot 100^2 \cdot (250 + 100)}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 0,0026 \text{ mm}$$

$$f_{G2} = \frac{F_{G2} \cdot c^2 \cdot (l + c)}{3 \cdot E \cdot I_y} = \frac{(20 \cdot 9,81) \cdot 100^2 \cdot (250 + 100)}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 636172} = 0,0017 \text{ mm}$$

b) Posamezni kritični vrtilni frekvenci

$$n_{k1} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_{G1}}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{9,81}{2,6 \cdot 10^{-5}}} = 309 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{k1} = 18540 \text{ min}^{-1}$$

$$n_{k2} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_{G2}}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{9,81}{1,7 \cdot 10^{-5}}} = 382 \text{ s}^{-1}$$

$$n_{k2} = 22920 \text{ min}^{-1}$$

c) Ocena kritične vrtilne frekvence gredi

$$\frac{1}{n_k^2} \approx \frac{1}{n_{k1}^2} + \frac{1}{n_{k2}^2} = \frac{1}{309^2} + \frac{1}{382^2} \Rightarrow n_k = 240 \text{ s}^{-1}$$

$$n_k = 14400 \text{ min}^{-1}$$

Gred gonila se vrti z vrtilno frekvenco 400 min^{-1} kar je veliko manj od kritične vrtilne frekvence gredi. Gred torej obratuje nizko v podkritičnem področju, zato vrednotenje na kritično vrtilno hitrost ni odločilen kriterij.

Naloga 4.3: Vrednotenje zveze z moznikom

Vmesna gred dvostopenjskega gonila (slika 13) prenaša vrtilni moment $M_t = 262 \text{ Nm}$. Na gredi sta jermenici širine 100 mm . Premer gredi pod jermenicama znaša $d = 50 \text{ mm}$.

Zahteve naloge:

1. Določite višino in širino moznika.
2. Glede na širino jermenice določite dolžino moznika in kontrolirajte površinski tlak med moznikom in jermenico. Jermenica je izdelana iz konstrukcijskega jekla S235 z mejo plastičnosti $R_{p0,2} = 215 \text{ MPa}$.

Rešitev:

1. Višina in širina moznika

Višina in širina je pogojena s premerom gredi.

Za gred premera 50mm znaša: širina $b = 14\text{mm}$, višina $h = 9\text{mm}$

Globina utora v gredi znaša $t_1 = 5,5\text{mm}$, globina utora v jermenici pa $t_2 = 3,8\text{mm}$.

Vrednosti odčitamo iz tabele 4 [1].

2. Dolžina moznika in kontrola površinskega tlaka

Širina jermenice znaša 100mm. Izberemo nekoliko krajšo standardno dolžino moznika $l = 80\text{mm}$. V prvi iteraciji bomo uporabili en moznik.

Efektivna dolžina moznika (dolžina ravnega dela), ki jo uporabimo pri kontroli površinskega tlaka znaša.

$$l_k = l - b = 80 - 14 = 66\text{mm}$$

- Površinski tlak med moznikom in jermenico

$$p = \frac{F_t}{(h - t_1) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h - t_1) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{2 \cdot 262 \cdot 1000}{50 \cdot (9 - 5,5) \cdot 66 \cdot 1 \cdot 1} = 45,3\text{MPa}$$

- Dopusten površinski tlaka

$$p_{dop} = \frac{R_{p0,2}}{s} = \frac{215}{2,3} = 93,5\text{MPa}$$

Upoštevali smo varnost $s = 1,7 - 2,3$ za pesto iz jekla po priporočilih [2]

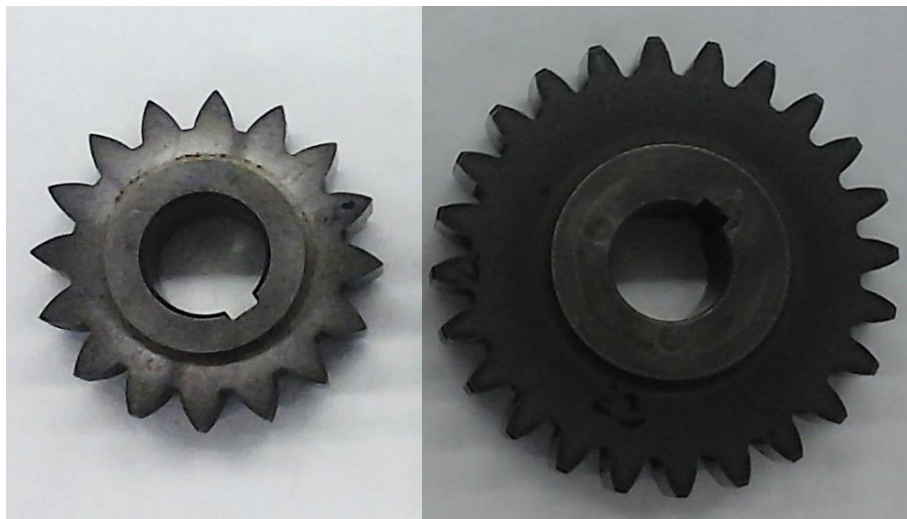
$$p = 45,3\text{MPa} \ll 93,5\text{MPa}$$

Oblikovna zveza z enim moznikom prenese podani vrtilni moment.

5. Valjasti zobniki z ravnimi zobmi

Naloga 5.1: Analiza geometrije podanega modela zobniške dvojice

Na modelu zobniške dvojice na sliki 16 smo izmerili medosni razmik 94,5 mm. Izmerili smo tudi premer temenskega kroga večjega zobnika $d_{a2} = 118,3\text{mm}$ in premer vznožnega kroga $d_{f2} = 98\text{mm}$.



Slika 16: Model zobniške dvojice

Zahteve naloge:

1. Določite modul zobnikov in ločna delitev. Zobnika imata standardni modul.
2. Določite profilni premik in koeficient profilnega premika na večjem zobniku.
3. Ocenite koeficient profilnega premika na manjšem zobniku.
4. Določite premera temenskega in vznožnega kroga manjšega zobnika.

Rešitev:

1. Modul zobnika in ločna delitev

Standardni modul zobnika določimo iz višine zoba h . S kljunastim merilom lahko izmerimo premer temenskega in premer vznožnega kroga zobnika. Za večino zobnikov velja, da je višina zoba približno 2,25 kratnik modula.

$$m = \frac{h}{2,25} = \frac{(d_{a2} - d_{f2})}{2 \cdot 2,25} = \frac{(118,3 - 98)}{2 \cdot 2,25} = 4,5\text{mm}$$

Ločna delitev je ločna razdalja med sosednjima bokoma na razdelnem krogu. Ločne delitve ne moremo pomeriti, jo pa lahko izračunamo.

$$p = m \cdot \pi = 4,5 \cdot 3,14 = 13,04\text{mm}$$

Zobnika, ki ubirata morata imeti enako ločno delitev in zato enak modul.

2. Profilni premik in koeficient profilnega premika na večjem zobniku

Pri zobniku s profilnim premikom se povečata oz. zmanjšata premera temenskega in vznožnega kroga za dvakratno vrednost profilnega premika. Premera razdelnega in osnovnega kroga se ne spremenita.

$$d_2 = m \cdot z_2 = 4,5 \cdot 24 = 108mm$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m + 2 \cdot V_2$$

$$V_2 = \frac{d_{a2} - d_2 - 2 \cdot m}{2} = \frac{118,3 - 108 - 2 \cdot 4,5}{2} = 0,65mm$$

$$x_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0,65}{4,5} = 0,144$$

3. Profilni premik na zobniku 1 (manjši zobnik)

Iz slike 16 najprej ugotovimo število zob posameznih zobnikov, ki znaša

$$z_1 = 16$$

$$z_2 = 24$$

Določimo profilni premik zobniške dvojice brez profilnega premika

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{4,5 \cdot (16 + 24)}{2} = 90mm$$

Razlika med dejanskim medosnim razmikom in medosnim razmikom brez profilnega premika je približno enaka vsoti profilnih premikov.

$$\Delta a = a - a_{d12} \cong V_1 + V_2 = m \cdot (x_1 + x_2)$$

$$a = a_{d12} + m \cdot x_1 + m \cdot x_2$$

$$x_1 = \frac{a - a_{d12} - m \cdot x_2}{m} = \frac{94,5 - 90 - 4,5 \cdot 0,144}{4,5} = 0,85$$

$$V_1 = m \cdot x_1 = 4,5 \cdot 0,85 = 3,825mm$$

4. Premera temenskega in vznožnega kroga zobnika 1

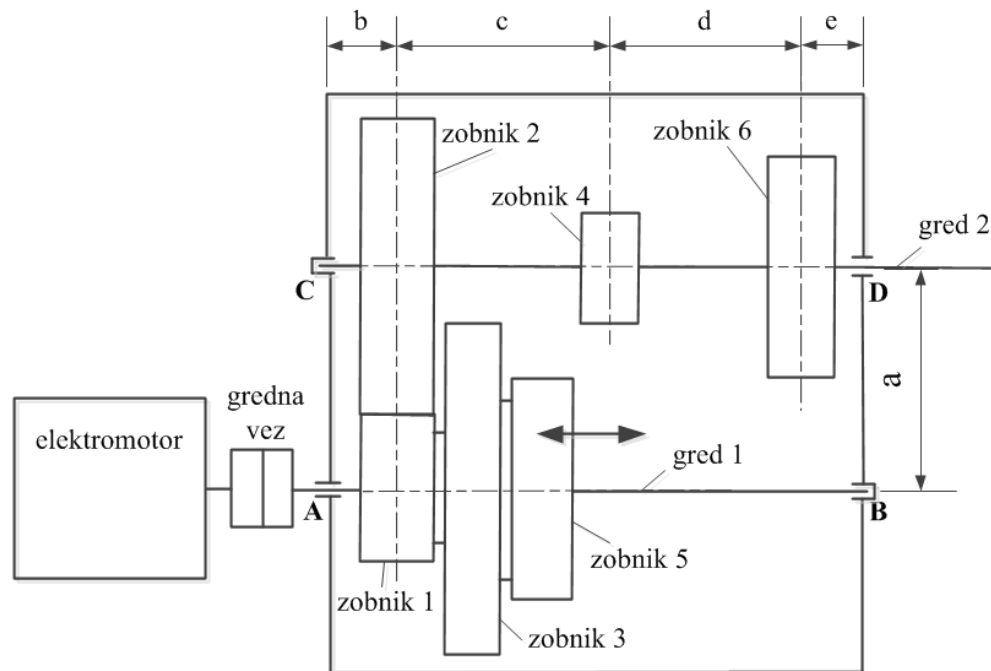
$$d_1 = m \cdot z_1 = 4,5 \cdot 16 = 72mm$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m + 2 \cdot m \cdot x_1 = 72 + 2 \cdot 4,5 + 2 \cdot 4,5 \cdot 0,85 = 88,65mm$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m + 2 \cdot m \cdot x_1 = 72 - 2,5 \cdot 4,5 + 2 \cdot 4,5 \cdot 0,85 = 68,4mm$$

Naloga 5.2: Geometrija zobnikov menjalnika

Elektromotor z močjo 7,5 kW in vrtilno frekvenco 920 min^{-1} poganja gred 1 zobniškega menjalnika. Zobniki imajo število zob $z_1 = 17$, $z_2 = 48$, $z_3 = 72$, $z_4 = 15$, $z_5 = 28$, $z_6 = 37$. Zobnik 3 ima modul 3mm, zobnika 1 in 5 pa modul 4mm. Zobnik 4 ima koeficient profilnega premika 0,35, zobnik 3 pa je izdelan brez profilnega premika. Zobnik 2 ima premer temenskega kroga 201 mm. Teme zoba ni krajšano.



Slika 17: Shema menjalnika

Zahteve naloge:

1. Določite največji vrtilni moment na štrclju gredi 2. (Izkoristki: en ležaj $\eta_1 = 0,995$, tesnilo $\eta_t = 0,98$, par zobnikov $\eta_z = 0,985$)
2. Določite največjo vrtilno frekvenco gredi 2.
3. Določite medosni razmik gonila.
4. Določite profilni premik in koeficient profilnega premika na zobniku 1. Profilne premike določite po poenostavljeni metodi.

Rešitev:

1. Največji vrtilni moment na gredi 2

$$\omega_m = \frac{\pi \cdot n_m}{30} = \frac{\pi \cdot 920}{30} = 96,34 \text{ s}^{-1}$$

$$M_{tm} = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{7500}{96,34} = 77,85 \text{ Nm}$$

Vrtilni moment na gredi 2 je največji pri največjem prestavnem razmerju, ko ubirata zobnika 1 in 2.

$$M_{r2} = M_{m} \cdot i_{1-2} \cdot \eta_t^2 \cdot \eta_l^4 \cdot \eta_z = 77,85 \cdot 2,82 \cdot 0,98^2 \cdot 0,995^4 \cdot 0,985 = 203,55 Nm$$

$$i_{1-2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{48}{17} = 2,82$$

2. Največji vrtilna frekvenca gredi 2

Gred 2 se vrti za največjo vrtilno frekvenco pri najmanjši prestavi, ko ubirata zobnika 3 in 4.

$$n_{2\max} = \frac{n_m}{i_{\min}} = \frac{920}{0,192} = 4791,7 \text{ min}^{-1}$$

$$i_{\min} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{15}{78} = 0,192$$

3. Medosni razmik gonila

Razlikovati moramo med medosnim razmikom zobniške dvojice brez profilnega premika a_d in dejanskim medosnim razmikom a , ki je odvisen od vsote profilnih premikov. Pri menjalnikih (primera na slikah 3 in 17) mora biti medosni razmik za vse zobniške dvojice enak. Ker so moduli standardni, števila zob cela števila, prestavna razmerja običajno podana je nujna uporaba profilnih premikov. V nadaljevanju bomo uporabili poenostavljen pristop. Natančno bomo profilne premike določali na 2. stopnji študija.

$$a_{d12} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_1 \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{4 \cdot (17 + 48)}{2} = 130 mm$$

$$a_{d34} = \frac{d_3 + d_4}{2} = \frac{m_3 \cdot (z_3 + z_4)}{2} = \frac{3 \cdot (72 + 15)}{2} = 130,5 mm$$

$$a = a_{d34} + (V_3 + V_4) = a_{d34} + m_3 \cdot (x_3 + x_4) = 130,5 + 3 \cdot (0 + 0,35) = 131,55 mm$$

4. Profilni premik na zobniku 1

Profilni premik in koeficient profilnega premika na zobniku 2 bomo določili na podlagi znanega premera temenskega kroga zobnika.

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m + 2 \cdot V_2$$

$$V_2 = \frac{d_{a2} - d_2 - 2 \cdot m}{2} = \frac{201 - 4 \cdot 48 - 2 \cdot 4}{2} = 0,5 mm$$

$$V_2 = x_2 \cdot m$$

$$x_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0,5}{4} = 0,125$$

Razlika med dejanskim medosnim razmikom in medosnim razmikom brez profilnega premikaje približno enaka vsoti profilnih premikov.

$$a_{d12} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_1 \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{4 \cdot (17 + 48)}{2} = 130mm$$

$$\Delta a = a - a_{d12} \cong V_1 + V_2 = m \cdot (x_1 + x_2)$$

$$a = a_{d12} + m \cdot x_1 + m \cdot x_2$$

$$x_1 = \frac{a - a_{d12} - m \cdot x_2}{m} = \frac{131,55 - 130 - 4 \cdot 0,125}{4} = 0,262$$

6. Literatura

- [1] Okorn,I.,Klemenc,J.: Strojni elementi 2 –predloge za vaje, Ljubljana, 2015
- [2] Matek, W., Muhs,D., Wittel, H., Becker, M., Voßiek,J.: Rollof/Matek:
Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft/GWV Fachverlage
GmbH, Wiesbaden, 2013.
- [3] Haberhauer,H.,Bodenstein,F.: Maschinenelemente-
Gestaltung,Berechnung,Anwendung, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [4] Decker: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag, München, 2007.