

# **Gredi, gredne vezi, kotalni ležaji**

Predloga za vaje pri predmetu Strojni elementi 2

Ljubljana, 2015

**KAZALO:**

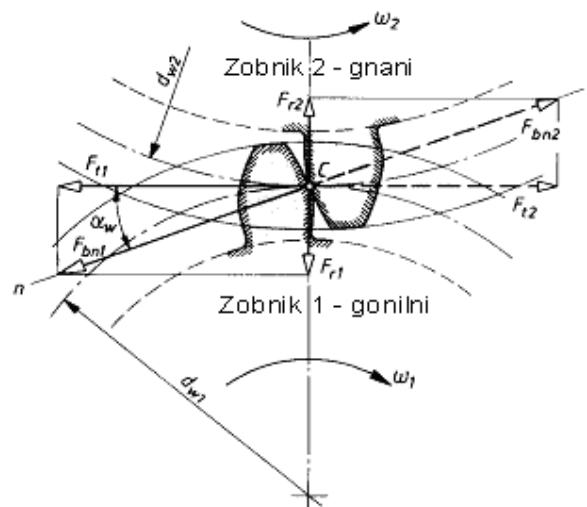
<b>1. Obremenitve gredi in ležajev .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Sile na zobnikih .....</b>	<b>3</b>
1.1.1 Sile na zobnikih z ravnimi zobmi .....	3
1.1.2 Sile na zobnikih s poševnimi zobmi .....	3
<b>1.2 Statika osi in gredi .....</b>	<b>4</b>
<b>2. Vrednotenje osi in gredi .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 Kontrola napetosti v kritičnih prerezih .....</b>	<b>5</b>
<b>2.2 Kontrola upogibnih deformacij osi in gredi .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3 Kontrola torzijskih deformacij .....</b>	<b>13</b>
<b>2.4 Vrednotenje gredi na lastne frekvence .....</b>	<b>14</b>
<b>3. Zveze gredi in pesta .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1 Določitev dimenzij pesta in toleranc .....</b>	<b>16</b>
<b>3.2 Vrednotenje zveze z moznikom .....</b>	<b>16</b>
<b>3.3 Vrednotenje zveze z utorno gredjo .....</b>	<b>18</b>
<b>4. Kotalni ležaji .....</b>	<b>20</b>
<b>4.1 Dimenzije kotalnih ležajev in sistem označevanja .....</b>	<b>20</b>
<b>4.2 Vrednotenje kotalnih ležajev .....</b>	<b>21</b>
4.2.1 Vrednotenje ležajev na statično nosilnost .....	22
4.2.2 Imenska doba trajanja kotalnih ležajev .....	22
4.2.3 Razširjen izračun dobe trajanja .....	23
<b>4.3 Vgradnja kotalnih ležajev .....</b>	<b>26</b>
4.3.1 Pravila vgradnje kotalnih ležajev .....	26
4.3.2 Tolerance premerov .....	28
4.3.3 Oblikovne tolerance gredi in ohišja .....	30
<b>5. Literatura .....</b>	<b>32</b>

## 1. Obremenitve gredi in ležajev

### 1.1 Sile na zobnikih

#### 1.1.1 Sile na zobnikih z ravnimi zobmi

Na sliki 1 so prikazane sile na gonilni in gnani zobnik v kotalni točki C. Sila na zob deluje v smeri normale na bok zoba. Razstavimo jo na obodno in radialno silo. Obodna sila deluje na zob gnanega zobnika v smeri vrtenja gnanega zobnika, na zob gonilnega pa deluje enako velika nasprotno usmerjena sila. Radialni sili sta usmerjeni proti središču zobnika.



Slika 1: Sile na zobniku z ravnimi zobmi

#### Obodna sila

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_{w1}} \quad (1)$$

$$|F_{t2}| = |F_{t1}|$$

#### Radialna sila

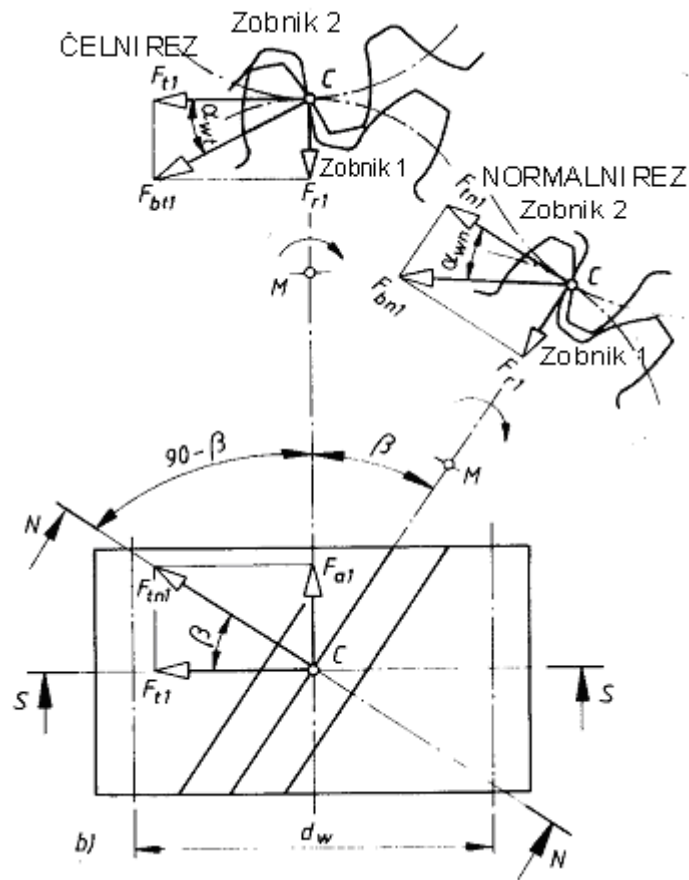
$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha_w \quad (2)$$

$$|F_{r2}| = |F_{r1}|$$

Pri zobnikih brez profilnega premika sta kinematska kroga enaka razdelnim krogom zobnikov ( $d_{w1} = d_1$  in  $\alpha_w = \alpha_n = 20^\circ$ ).

#### 1.1.2 Sile na zobnikih s poševnimi zobmi

Na sliki 2 so prikazane sile na gonilni in gnani zobnik s poševnimi zobmi. Dodatno se pojavlja še aksialna sila, ki je odvisna od kota poševnosti.



Slika 2: Sile na zobniku s poševnimi zobmi

### Obodna sila

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_{w1}} \quad (3)$$

$$|F_{t2}| = |F_{t1}|$$

### Radialna sila

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (4)$$

$$|F_{r2}| = |F_{r1}|$$

### Aksialna sila

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \tan \beta \quad (5)$$

## 1.2 Statika osi in gredi

Gredi in osi statično predstavimo kot linijski nosilec na dveh podporah. Sile v podporah (ležajih) določimo z ravnotežnimi enačbami Statike. Če sile ne ležijo v eni ravnini, se posamezne sile razstavijo na komponente v smeri koordinatnih z in y, ki sta pravokotni na os gredi (določena s koordinatno osjo x).

Ko poznamo reakcije v podporah v posameznih smereh, določimo radialno obremenitev ležajev po Pitagorovem izreku.

$$\begin{aligned} F_{rA} &= \sqrt{F_{Ay}^2 + F_{Az}^2} \\ F_{rB} &= \sqrt{F_{By}^2 + F_{Bz}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

Nosilec razdelimo na polja, v katerih določimo potek notranjih sil in momentov. Običajno določamo le upogibni moment. Napetosti zaradi prečnih in osnih sil so zanemarljive. Izračun upogibnih momentov izvajamo v dveh pravokotnih ravninah x-y in x-z. Upogibna momenta  $M_{fy}$  in  $M_{fz}$ , ki sta med seboj pravokotna, se pri okroglih oseh in gredeh seštevata geometrijsko.

$$M_f = \sqrt{M_{fy}^2 + M_{fz}^2} \quad (7)$$

Gredi vedno prenašajo tudi torzijski moment. Torzijski moment se prenaša vzdolž gredi in sicer od pogonskega elementa (motor, jermenica, zobnik,...) do odgonskega elementa (jermenica, zobnik,...).

Pri postavitvi statičnega modela moramo biti posebej pozorni na postavitev zobnikov in smeri posameznih sil. Pri obravnavi večstopenjskih gonil se priporoča, da zobnike predstavimo s kinematskimi krogi, označimo smeri vrtenja in pravilno usmerimo sile na posameznih zobnikih. Statični izračun lahko izvedemo šele, ko poznamo položaj zobnikov na gredi ter lego podpor.

## 2. Vrednotenje osi in gredi

### 2.1 Kontrola napetosti v kritičnih prerezih

Kritični prerezi so mesta na gredi (prehodi, utori...), kjer se zaradi zareznihi učinkov pojavi povečanje imenske napetosti. Povečanje napetosti upoštevamo s koeficientom zarezneha učinka. V gredi zobniškega gonila se pojavijo upogibne in torzijske napetosti.

#### Upogibna napetost

$$\sigma_{f \max} = \beta_{kf} \cdot \frac{M_f}{W_x} = \beta_{kf} \cdot \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} \quad (8)$$

$\beta_{kf}$  koeficient zarezneha učinka pri upogibu

#### Torzijska napetost

$$\tau_{t \max} = \beta_{kt} \cdot \frac{M_t}{W_p} = \beta_{kt} \cdot \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \quad (9)$$

$\beta_{kt}$  koeficient zarezneha učinka pri torziji

**Koeficienti zarezne učinka**

$$\begin{aligned}\beta_{kf} &= 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kf} - 1) \\ \beta_{kt} &= 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kt} - 1)\end{aligned}\quad (10)$$

$\alpha_{kf}$	koeficient oblike zareze za upogibno obremenitev (Diagram 1, Diagram 2, Diagram 3, Tab.1)
$\alpha_{kt}$	koeficient oblike zareze za torzijsko obremenitev (Diagram 1, Diagram 2, Diagram 3, Tab.1)
$\eta_k$	koeficient občutljivosti materiala na zareze (Diagram 4)

**Primerjalna napetost**

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_{f \max}^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_{t \max})^2} \quad (11)$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{Df}^{R=-1}}{1,73 \cdot \tau_{Dt}^{R=0}} \quad (12)$$

$\sigma_{Df}$	upogibna trajna dinamična trdnost (Diagram 5, Diagram 6)
$\tau_{Dt}$	torzijska trajna dinamična trdnost (Diagram 5, Diagram 6)

**Dopustna napetost**

$$\sigma_{dop} = \frac{\sigma_{Df} \cdot b_1 \cdot b_2}{s_D} \quad (13)$$

Dopustna napetost v kritičnem prerezu je odvisna od trajne dinamične trdnosti materiala gredi, velikosti prereza in hrapavosti površine.

$b_1$	koeficient velikosti prereza (Diagram 7)
$b_2$	koeficient hrapavosti površine (Diagram 8)
$s_D$	dinamična varnost (priporočene varnosti za gredi so $s_D = 1,5 - 2$ )

Premer gredi zadosti trdnostnemu kriteriju, če je primerjalna napetost v kritičnem prerezu manjša od dopustne napetosti.

$$\sigma_p \leq \sigma_{dop} \quad (14)$$

Pri vrednotenju osi računamo le upogibno napetost, ki jo primerjamo z dopustno napetostjo.

Diagram 1 : Koeficient oblike zarez za prehod na gredi pri upogibu

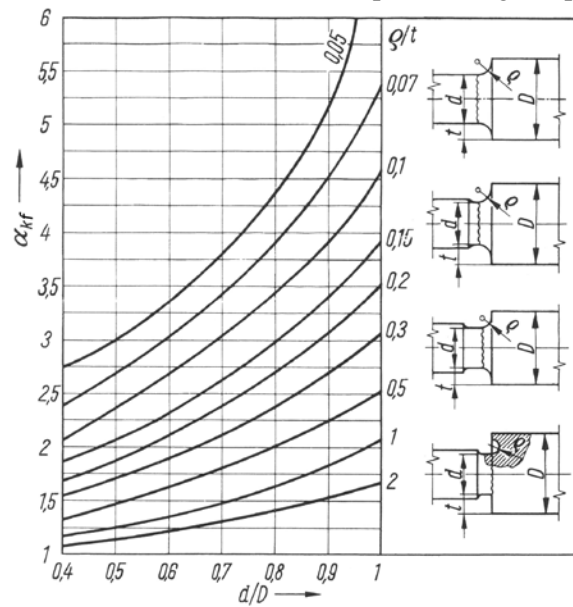


Diagram 2: Koeficient oblike zarez za prehod na gredi pri torziji

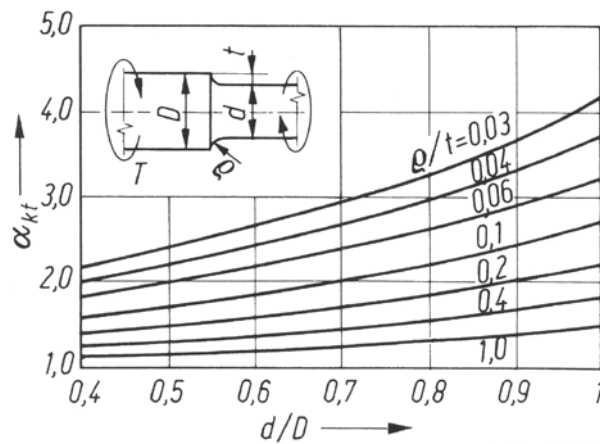
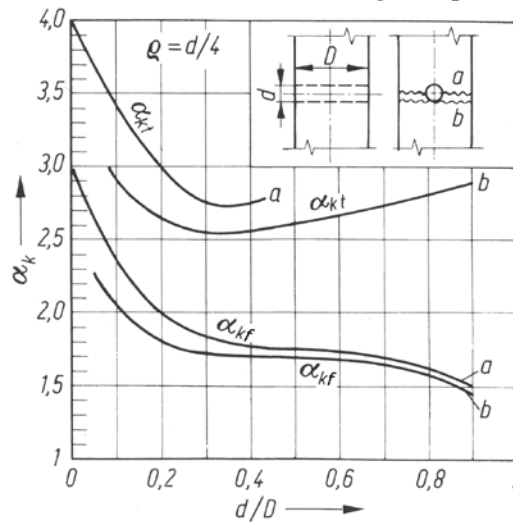
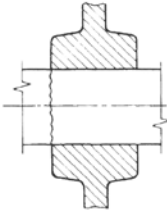
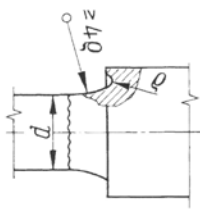
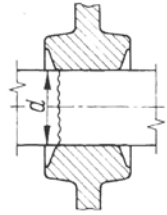
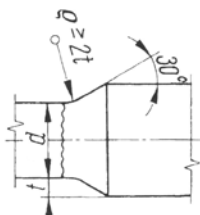
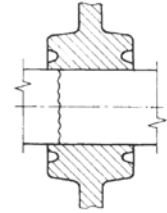
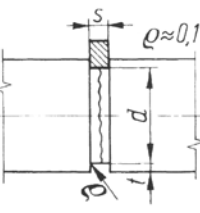
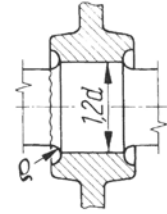
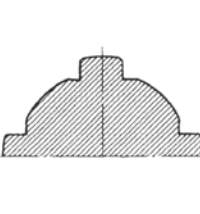
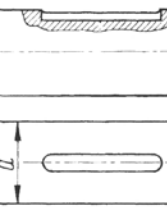
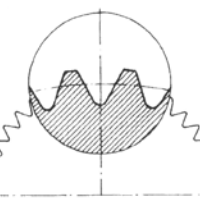
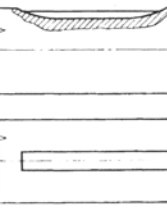
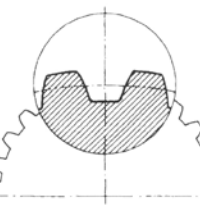


Diagram 3: Koeficient oblike zarez za gred s prečno izvrtino



Tab. 1: Koeficienti oblike zareze za osi in gredi

Št.	Gred	$\alpha_{kf}$	$\alpha_{kt}$	$\varrho$ mm	Št.	Gred	$\alpha_{kf}$	$\alpha_{kt}$	$\varrho$ mm
1		3,3	2,1	0,25	7		1,7	1,4	$\varrho$
2		2,8	1,9	0,25	8		1,7	1,4	$\varrho$
3		2,6	1,7	0,25	9		$1,14 + 1,08 \sqrt{10r/s}$	$1,48 + 0,45 \sqrt{10r/s}$	$\varrho$
4		1,7	1,6	$\varrho$	10		4,2	3,6	0,25
5		4,0	2,8	0,25	11		3,5	2,3	0,25
6		3,8	2,6	0,15	12		2,9	2,0	0,25

Primeri št. 1-4: Krčni nasedi med gredjo in pestom



Diagram 4: Koeficient občutljivosti materiala na zarez  
 ( $R_m$  natezna trdnost,  $R_{p0,2}$  meja plastičnosti,  $\rho$  radij zarez)

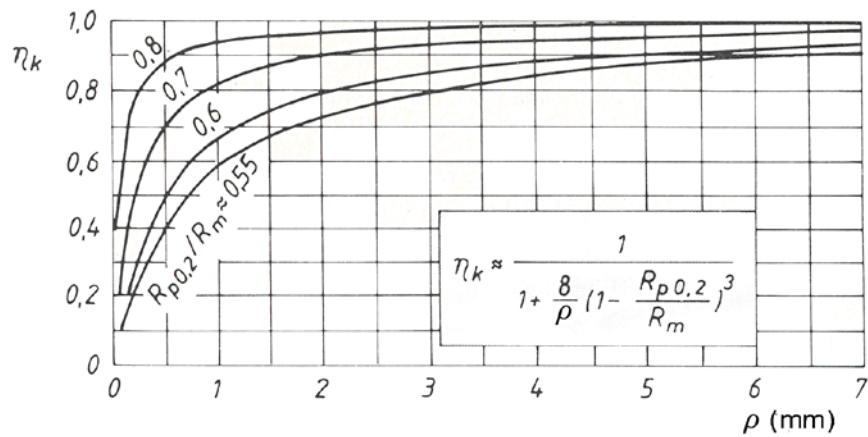


Diagram 5: Smithovi diagrami za konstrukcijska jekla

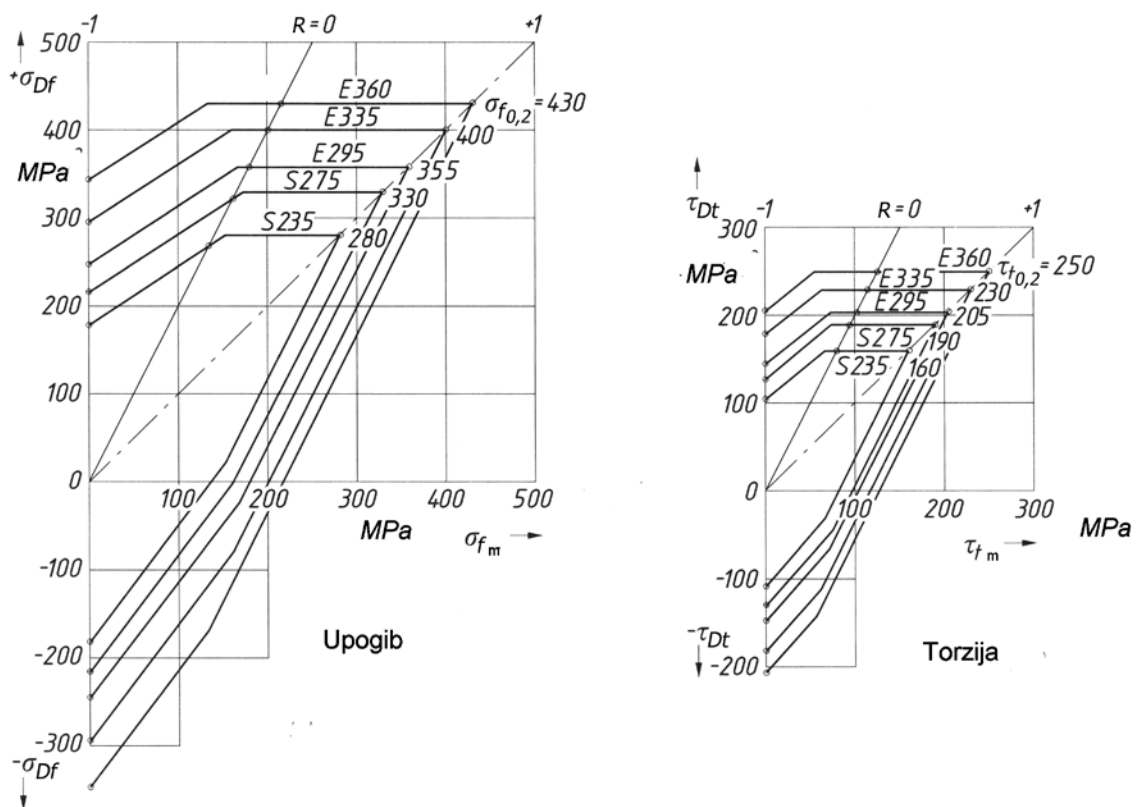


Diagram 6: Smithovi diagrami za jekla za poboljšanje

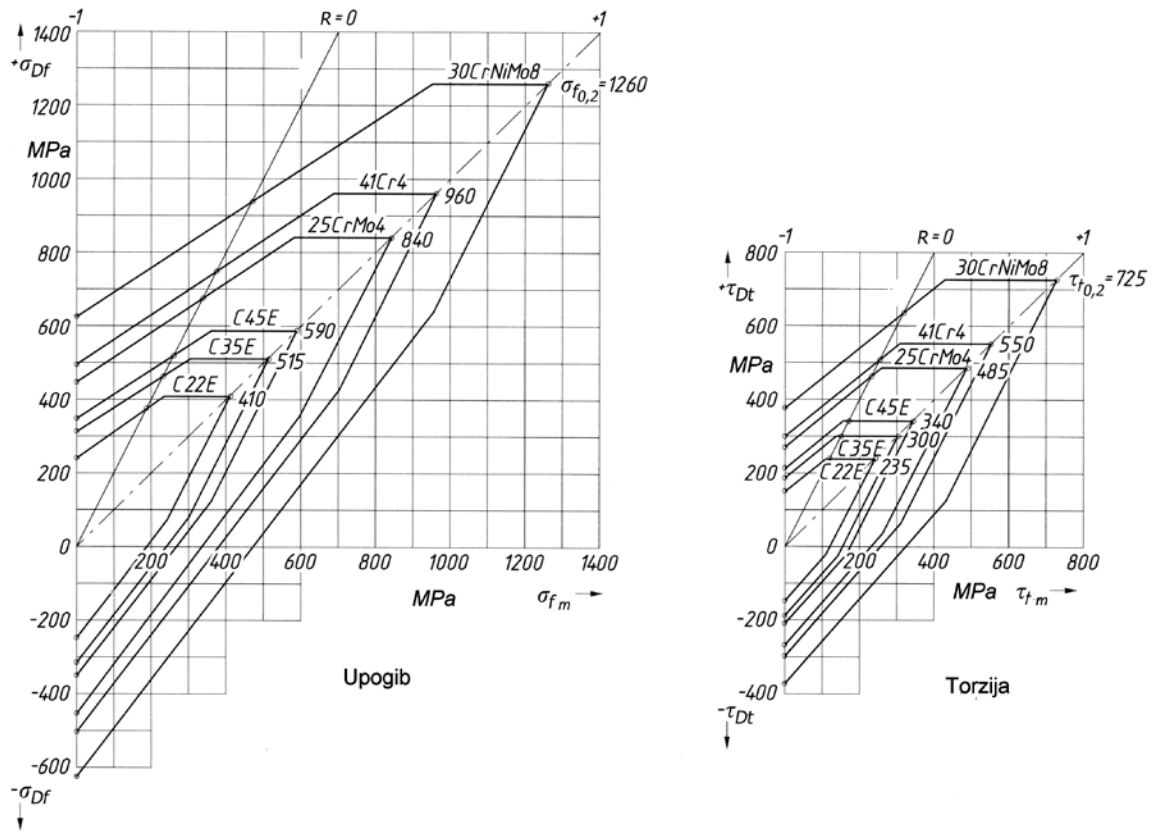


Diagram 7: Koeficient velikosti prereza  $b_1$ .

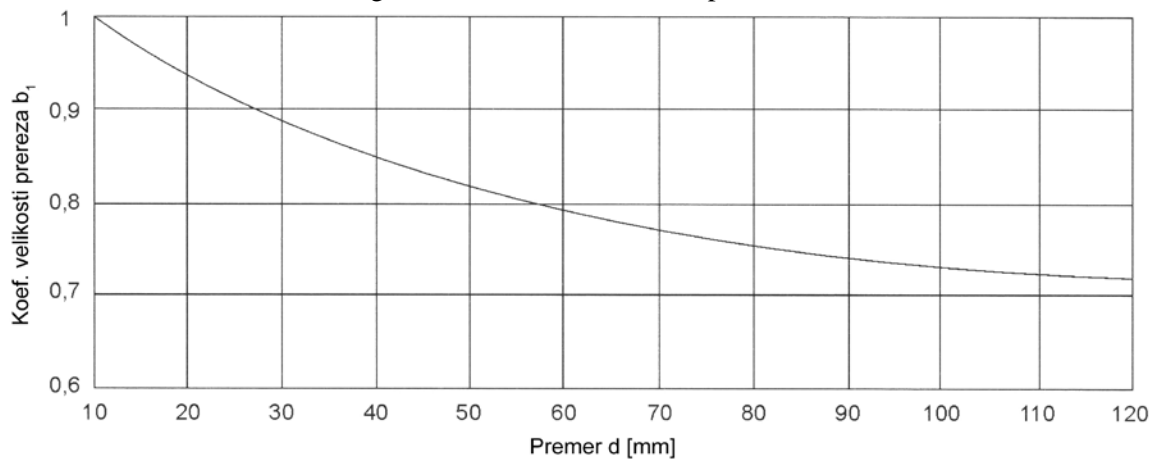
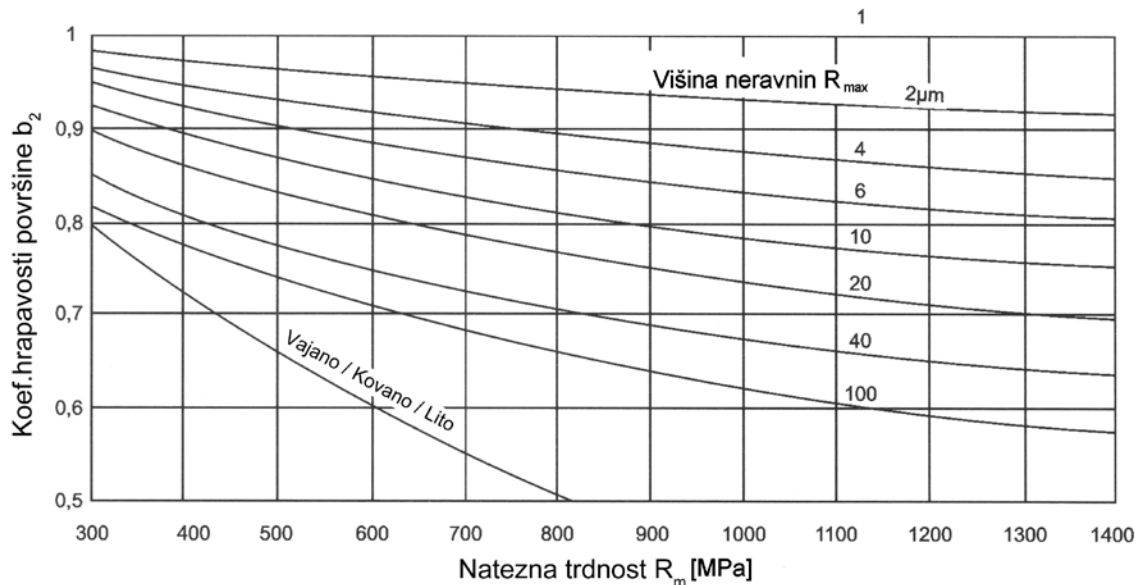


Diagram 8 : Koeficient hrapavosti površine  $b_2$ .

## 2.2 Kontrola upogibnih deformacij osi in gredi

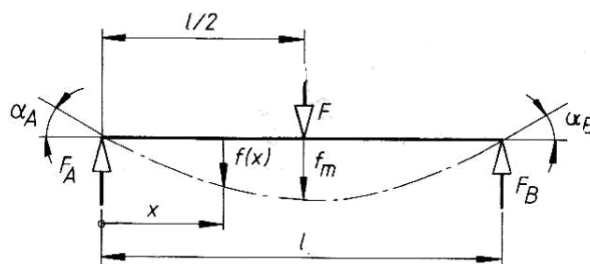
Posledica upogibnih in torzijskih obremenitev so deformacije gredi in osi, zato se kot kriterij vrednotenja pogosto uporablja kriterij dopustnih deformacij. Pogosto se namreč zgodi, posebej pri dolgih in vitkih gredeh, da element sicer trdnostno zdrži, vendar ni funkcionalen zaradi prevelikih deformacij.

Poves gredi vpliva na točnost delovanja stroja in na življenjsko dobo nekaterih elementov. Zaradi povesa se spremeni lega tečajev v ležajih in vprijemne razmere zobnikov in tornih koles. Posledica tega je nemiren tek stroja in čezmerna enostranska obraba dotikajočih se elementov. Da do teh negativnih posledic ne pride, mora biti poves v dopustnih mejah.

Enačbe za upogib gredi in zasuk v odvisnosti od  $x$  dobimo za različne vrste nosilcev in različne obremenitve z rešitvijo diferencialne enačbe upogibnice. Pri reševanju upoštevamo robne pogoje v podporah in na stiku dveh polj upogibnega nosilca.

$$y''(x) = -\frac{M_f(x)}{E \cdot I_z(x)} \quad (15)$$

V nadaljevanju so podane rešitve deformacijske enačbe, povesi na določenih mestih in zasuki za tri značilne obremenitvene primere. Enačbe veljajo za gladko gred.

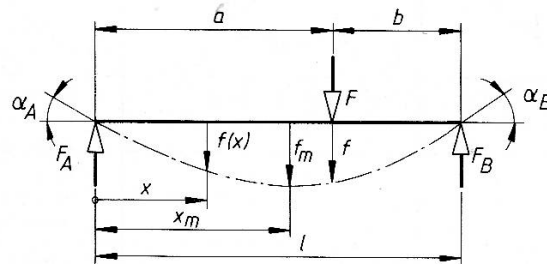


Slika 3: Nosilec na dveh podporah-simetrično obremenjen

Deformacije za nosilec na sliki 3:

$$f_m = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (16)$$

$$\tan \alpha_A = \tan \alpha_B = \frac{F \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot I} \quad (17)$$



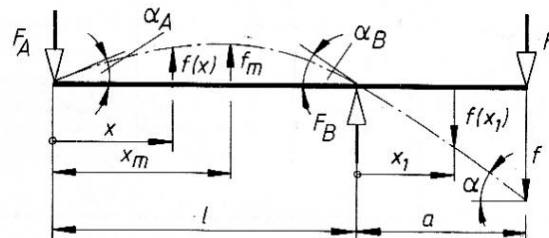
Slika 4: Nosilec na dveh podporah-nesimetrično obremenjen

Deformacije za nosilec na sliki 4:

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (18)$$

$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (19)$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot E \cdot I \cdot l} \quad (20)$$



Slika 5: Nosilec s prevesnim poljem

Deformacije za nosilec s prevesnim poljem in silo na prevesnem polju (Slika 5):

$$f(x) = -\frac{F \cdot a \cdot l^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot \left[ \frac{x}{l} - \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \quad (21)$$

$$f(x_m = \frac{l}{\sqrt{3}}) = \frac{F \cdot a \cdot l^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I} \quad (22)$$

$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I} \quad (23)$$

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot l + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I} \quad (24)$$

$$\tan \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot l}{6 \cdot E \cdot I} \quad (25)$$

$$\tan \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot l}{3 \cdot E \cdot I} \quad (26)$$

Če je gred obremenjena z več silami, ki ležijo v isti ravnini, se izračuna povse (ali nagib) v izbrani točki za vsako silo posebej, nakar se določi dejanski povse (nagib) s superpozicijo. Če je gred obremenjena s prostorskim obremenitvenim stanjem je potrebno povse (nagibe), ki ustrezajo različnim ravninam geometrijsko seštevati - s Pitagorovim izrekom.

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} \leq f_{dop} \quad (27)$$

$$\tan \alpha = \sqrt{(\tan \alpha_y)^2 + (\tan \alpha_z)^2} \leq \tan \alpha_{dop} \quad (28)$$

Dopustne deformacije pri upogibu znašajo:

- Dopustni največji povesi (vir [2]):
  - splošna strojegradnja:  $f_{dop} = l / 3000$ ,
  - obdelovalni stroji:  $f_{dop} = l / 5000$ ,
  - pod zobnikom v gonilih:  $f_{dop} = m_n / 100$ .
- Dopustni nagibi gredi oziroma osi (vir [2]):
  - za drsne ležaje s fiksnimi pušami:  $\tan \alpha_{dop} = 0.0003$ ,
  - za drsne ležaje s pomičnimi pušami in toge kotalne ležaje:  $\tan \alpha_{dop} = 0.001$ ,
  - za kroglične ležaje:  $\tan \alpha_{dop} = 0.002$ ,
  - pri nesimetrični namestitvi zobnika:  $\tan \alpha_{dop} = \frac{2d_1}{b_1} 10^{-4}$ .

### 2.3 Kontrola torzijskih deformacij

Na dolžini  $l$ , kjer gred prenaša vrtilni moment  $M_t$ , se pojavi torzijska deformacija (zasuk) gredi.

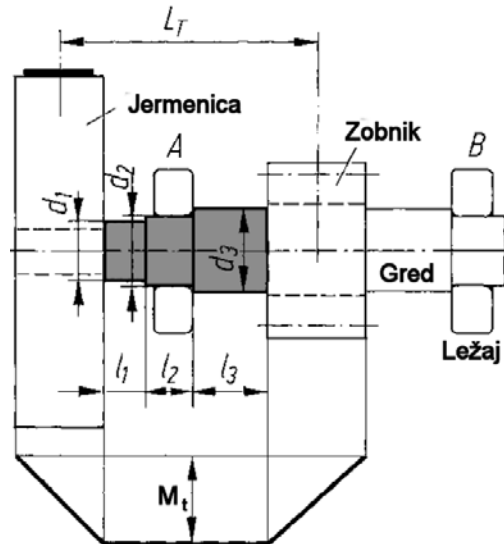
$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_t} \quad (29)$$

$G$  [MPa] Strižni modul, za jeklo:  $G \approx 8,3 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

$I_t$  [MPa] Polarni vztrajnostni moment,  $I_t \approx \frac{\pi \cdot d^4}{32}$

Če premer gredi med elementoma, med katerima se prenaša vrtilni moment, ni konstanten določimo zasuk gredi s superpozicijo parcialnih zasukov.

$$\varphi = \frac{M_t}{G} \cdot \left( \frac{l_1}{I_{t1}} + \frac{l_2}{I_{t2}} + \frac{l_3}{I_{t3}} \right) \quad (30)$$



Slika 6: Torzijska obremenitev med elementoma na gredi

Dopustni zasuk po priporočilih [2] znaša

$$\varphi_{dop} = (4 \dots 9) \cdot 10^{-3} \left[ \frac{rad}{m} \right] \cdot L_T [m] \quad (31)$$

Spodnje vrednosti veljajo za transmisijske gredi, zgornje pa za gredi gonil in druge gredi.

## 2.4 Vrednotenje gredi na lastne frekvence

Gred ne sme obratovati v področju kritične vrtilne hitrosti  $n_k$ , ki jo določimo po enačbi:

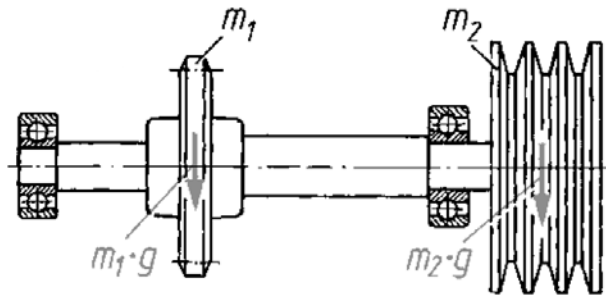
$$n_k = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{F_G}{f_G} \cdot \frac{1}{m}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g}{f_G} \cdot \frac{1}{m}} \quad (32)$$

$$n_k = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{f_G}}$$

$n_k$ [s <sup>-1</sup> =Hz]	kritična vrtilna hitrost gredi
$c$ [N/m]	upogibna togost gredi
$m$ [kg]	masa elementa na gredi
$f_G$ [m]	poves zaradi teže elementa, uporabimo enačbe iz poglavja 2.2
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	gravitacijski pospešek

Pri več masnih sistemih (Slika 7) najprej določimo kritično vrtilno frekvenco za vsako posamezno maso. Kritično vrtilno frekvenco sistema z zadostno natančnostjo ocenimo po Dukerley-u:

$$\frac{1}{n_k^2} \approx \frac{1}{n_{k1}^2} + \frac{1}{n_{k2}^2} + \dots \quad (33)$$

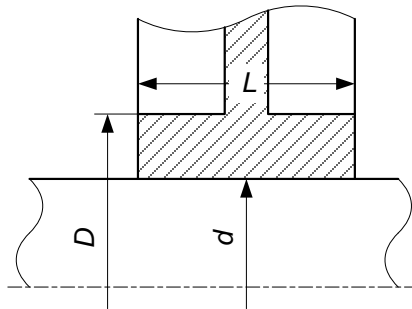


Slika 7: Gred z dvema masama  $m_1$  in  $m_2$

### 3. Zveze gredi in pesta

#### 3.1 Določitev dimenzij pesta in toleranc

Nosilno dolžina  $L$  in velikosti zunanega premera pesta  $D$  določimo na osnovi premera gredi  $d$ .



Slika 8: Določitev gabaritnih mer zveze pesta z gredjo

Za pesto iz jekla ali jeklene litine velja priporočilo za  $D$  in  $L$ :

$$D = (1,6 \dots 1,8) \cdot d$$

$$L = (1,6 \dots 1,8) \cdot d$$

Priporočeni ujemi med gredjo in pestom so podani v tabeli 2, tolerance utora v pestu in gredi pa v tabeli 3.

Tab. 2: Priporočeni ujemi med gredjo in pestom.

	Sistem enotne luknje	Sistem enotnega čepa
Trdno nasajeno pesto na dolgi gredi	<b>H7/j6,</b>	<b>J7/h6, J7/h8</b>
Trdno nasajeno pesto na koncu gredi	<b>H7/k6, H7/m6</b>	<b>K7/h6, M7/h6, N7/h8</b>
Pesto aksialno pomično na gredi	<b>H7/h6, H7/j6</b>	<b>H7/h6, J7/h6, J7/h8</b>

Tab. 3: Priporočene tolerance utorov pri zvezi z moznikom.

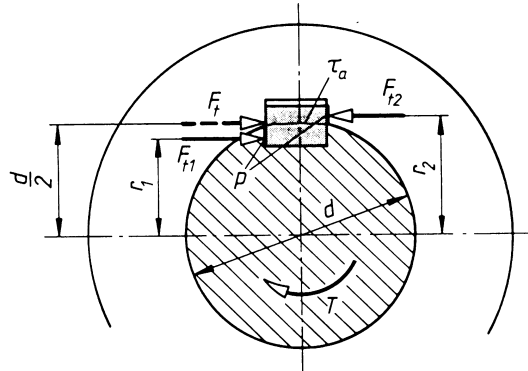
	Tolerančno polje utora <b>b</b>	
	v gredi	v pestu
Aksialno pomično pesto	<b>H9</b>	<b>D10</b>
Trdno nasajeno pesto, smer vrtenja se ne spreminja	<b>N9</b>	<b>J9</b>
Trdno nasajeno pesto, smer vrtenja se spreminja	<b>P9</b>	<b>P9</b>

#### 3.2 Vrednotenje zveze z moznikom

Če se torzijski moment prenaša s pesta na gred ali obratno preko moznika je moznik obremenjen na strig. Vpraksi se izkaže, da strig ni kritičen za porušitev. Porušitev moznične



zveze nastopi, če se mozniak vtisne v pesto ali gred. Kritična obremenitev v moznični zvezi je površinski tlak med moznikom in pestom oz. med moznikom in gredjo.



Slika 9: Zveza gredi in pesta z moznikom

Višino moznika  $h$  in širino  $b$  določimo glede na premer gredi (Tab. 4). Standardno dolžino moznika  $l$  določimo glede na dolžino pesta. Kontroliramo površinski tlak med moznikom in pestom.

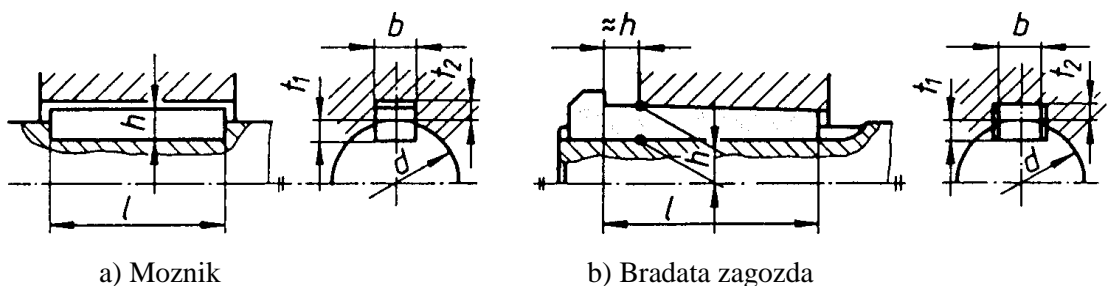
$$p = \frac{F_t}{(h - t_1) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot (h - t_1) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n}$$

$$p \leq p_{dop} \quad (34)$$

$l_k$ [mm]	efektivna dolžina moznika (dolžina ravnega dela)
$t_1$ [mm]	globina utora za mozniak v gredi
$\varphi$	koeficient nošenja ( $\varphi=1$ pri enem mozniku, $\varphi=0,75$ pri dveh moznikih)
$n$	število moznikov po obodu (eden ali izjemoma dva)
$p_{dop}$ [MPa]	dopusten površinski tlaki za material pesta

$$p_{dop} = \frac{R_{p0,2}}{s} \quad (35)$$

$s$	varnost, $s = 1,7 - 2,3$ za pesto iz jekla ali jeklene litine
$R_{p0,2}$ [MPa]	meja plastičnosti materiala pesta



Slika 10: Mere moznika in zagozde v zvezi

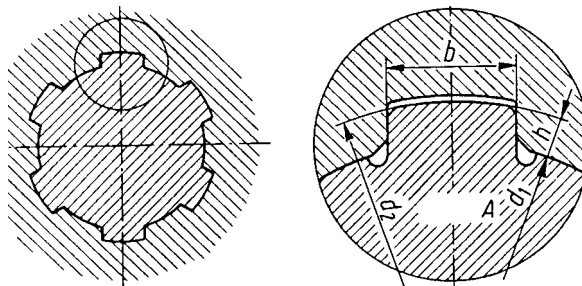
Tab. 4: Dimenzije moznikov po DIN 6885 in zagozd po DIN 6886 in DIN 6887.

Premer gredi		Moznik in zagozda			Moznik	Zagozda
nad	do	b	h	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>2</sub>
10	12	4	4	2,5	1,8	1,2
12	17	5	5	3	2,3	1,7
17	22	6	6	3,5	2,8	2,2
22	30	8	7	4	3,3	2,4
30	38	10	8	5	3,3	2,4
38	44	12	8	5	3,3	2,4
44	50	14	9	5,5	3,8	2,9
50	58	16	10	6	4,3	3,4
58	65	18	11	7	4,4	3,4
65	75	20	12	7,5	4,9	3,9
75	85	22	14	9	5,4	4,4
85	95	25	14	9	5,4	4,4
95	110	28	16	10	6,4	5,4
110	130	32	18	11	7,4	6,4
130	150	36	20	12	8,4	7,1
150	170	40	22	13	9,4	8,1
170	200	45	25	15	10,4	9,1

**Standardne dolžine moznikov in zagozd l:**  
8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 100,  
110, 125, 140, 160, 180, 200, 220, 250, 280, 320, 360, 400

### 3.3 Vrednotenje zveze z utorno gredjo

Pri prenosu večjih vrtilnih momentov, ko je površinski tlak v zvezi z moznikom prevelik, uporabimo utorno gred. Standardizirane so utorne gredi s pravokotnim, trikotnim in evolventnim profilom. V tabeli 5 so podane dimenzije utorne gredi s pravokotnim profilom.



Slika 11: Uturna gred s pravokotnim profilom

Tab.5: Dimenzije utornih gredi v mm

Lahka izvedba po ISO 14					Srednja izvedba po ISO 14				
<b>d<sub>1</sub></b>	<b>Oznaka</b>	<b>n</b>	<b>d<sub>2</sub></b>	<b>b</b>	<b>d<sub>1</sub></b>	<b>Oznaka</b>	<b>n</b>	<b>d<sub>2</sub></b>	<b>b</b>
23	6 x 23 x 26	6	26	6	11	6 x 11 x 14	6	14	3
26	6 x 26 x 30	6	30	6	13	6 x 13 x 16	6	16	3,5
28	6 x 28 x 32	6	32	7	16	6 x 16 x 20	6	20	4
32	8 x 32 x 36	8	36	6	18	6 x 18 x 22	6	22	5
36	8 x 36 x 40	8	40	7	21	6 x 21 x 25	6	25	5
42	8 x 42 x 46	8	46	8	23	6 x 23 x 28	6	28	6
46	8 x 46 x 50	8	50	9	26	6 x 26 x 32	6	32	6
52	8 x 52 x 58	8	58	10	28	6 x 28 x 34	6	34	7
56	8 x 56 x 62	8	62	10	32	8 x 32 x 38	8	38	6
62	8 x 62 x 68	8	68	12	36	8 x 36 x 42	8	42	7
72	10 x 72 x 78	10	78	12	42	8 x 42 x 48	8	48	8
82	10 x 82 x 88	10	88	12	46	8 x 46 x 54	8	54	9
92	10 x 92 x 98	10	98	14	52	8 x 52 x 60	8	60	10
102	10 x 102 x 108	10	108	16	56	8 x 56 x 65	8	65	10
112	10 x 112 x 120	10	120	18	62	8 x 62 x 72	8	72	12
					72	10 x 72 x 82	10	82	12
					82	10 x 82 x 92	10	92	12
					92	10 x 92 x 102	10	102	14
					102	10 x 102 x 112	10	112	16
					112	10 x 112 x 125	10	125	18

Površinski tlak v zvezi

$$p = \frac{F_t}{h \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot h \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{4 \cdot M_t}{(d_2 + d_1) \cdot h \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} \quad (36)$$

$$p \leq p_{dop}$$

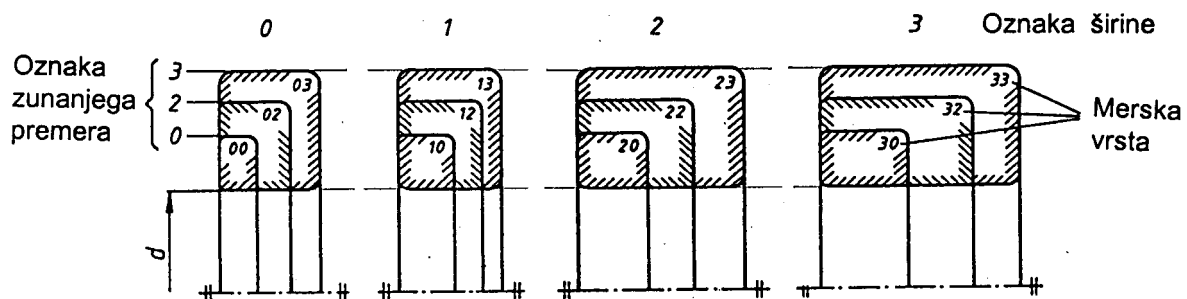
- l<sub>k</sub> [mm]      efektivna dolžina naleganja utorne gredi  
h [mm]        višina zoba utorne gredi,  $h = (d_2 - d_1)/2$   
φ                koeficient nošenja, priporočilo: φ=0,75 za notranje centriranje in φ=0,9 za bočno centriranje  
n                število zob utorne gredi

Dopusten površinski tlak določimo po enačbi 35, ki jo uporabljamo pri vrednotenju zveze z moznikom.

## 4. Kotalni ležaji

### 4.1 Dimenzije kotalnih ležajev in sistem označevanja

Za vgradnjo kotalnega ležaja so pomembne zunanje mere, in to zunanji premer **D**, notranji premer **d**, širina ležaja **B** in radij zaokrožitve robu **r**. Mere so standardizirane po ISO15 (radialni ležaji razen stožčastih), ISO355 (stožčasti ležaji), ISO104 (aksialni ležaji) in ISO582 (zaokrožitve robov). Pri istem notranjem premeru obstaja več standardnih zunanjih premerov in širin ležaja (slika 6). Zunanji premeri in širine so označeni z vrsto števil. Oznaka zunanjega premera in oznaka širine tvorita mersko vrsto ležaja. Pri radialnih ležajih (izjema so stožčasti) so zunanji premeri označeni z vrsto števil 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3 in 4, širine pa z vrsto števil 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, in 7. Dimenzije rastejo v napisanem zaporedju.



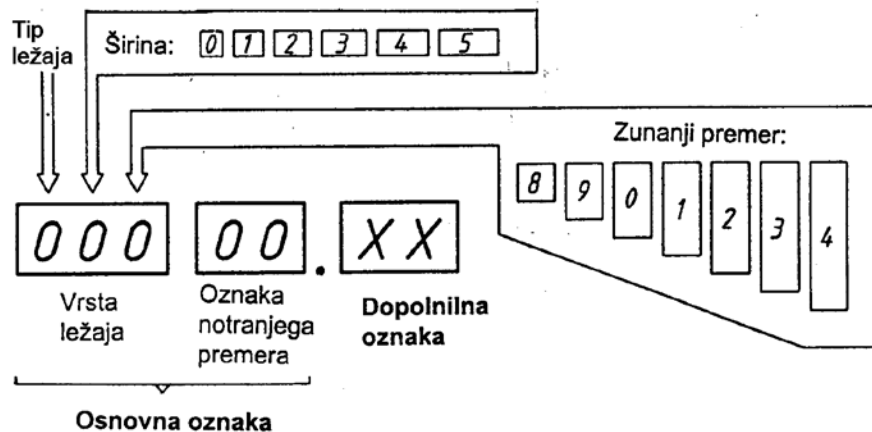
Slika 12: Merske vrste ležajev

Oznaka kotalnega ležaja je sestavljena iz **osnovne oznake** in **dopolnilne oznake**. Osnovna oznaka vsebuje oznako tipa ležaja, mersko vrsto in oznako notranjega premera. Notranji premer ležaja dobimo, če oznako notranjega premera pomnožimo s faktorjem 5 (izjema so premeri  $d < 20\text{mm}$  in  $d > 480\text{mm}$ ).

Ležaj ima dopolnilno oznako, če odstopa od osnovne izvedbe. Dopolnilna oznaka se nanaša na odstopanje zunanje oblike (stožčasta izvrtina), material in obliko kletke, zračnost ležaja, tolerance ležaja, temperaturno obstojnost, tesnenje.

#### Tip ležaja:

1	sferični kroglični ležaj
2	sodčkasti ležaj
5	aksialni kroglični
6	<b>enoredni kroglični</b>
7	enoredni kroglični s poševnim dotikom
N, NJ, NU, NUP	valjčni različni tipi
T	stožčasti (ISO 355)



Slika 13: Sistem označevanja kotalnih ležajev

Primer označevanja:

**6010. C3** - kroglični ležaj **6**, oznaka širine **1** (izpuščena  $B = 16\text{mm}$ ), oznaka zunanjega premera **0** ( $D = 80\text{mm}$ ), oznaka notranjega premera **10** ( $d = 5 \cdot 10 = 50\text{mm}$ ), zračnost večja od normalne **C3**

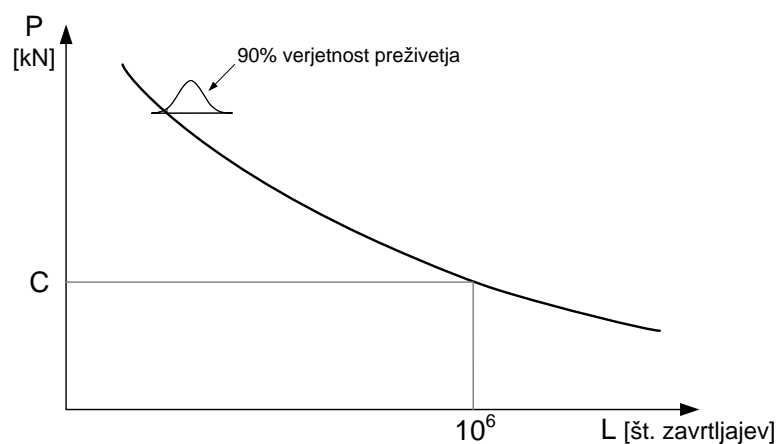
## 4.2 Vrednotenje kotalnih ležajev

Po ISO76 in ISO281 sta za kotalne ležaje definirana statična nosilnost  $C_0$  in dinamična nosilnost  $C$ .

**Statična nosilnost  $C_0$**  je obremenitev ležaja, ki povzroči plastično deformacijo  $10^{-4}$  premera kotalnega elementa.

**Dinamična nosilnost  $C$**  je obremenitev ležaja, ki jo ležaj zdrži najmanj  $10^6$  vrtljajev brez poškodbe. Nosilnosti so določene s preizkusi in podane v priročnikih in katalogih proizvajalcev ležajev.

Slika 14 prikazuje Wöhlerjevo krivuljo za kotalne ležaje.



Slika 14: Wöhlerjeva krivulja za kotalne ležaje

#### 4.2.1 Vrednotenje ležajev na statično nosilnost

Kontroliramo statično varnost

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0} \quad (37)$$

$$s_0 \geq s_{0\min}$$

$C_0$  [kN] statična nosilnost ležaja (Krautov priročnik, katalogi ležajev)

$P_0$  [kN] statična ekvivalentna obremenitev ležaja

$$P_0 = X_0 \cdot F_r + Y_0 \cdot F_a \quad (38)$$

$X_0, Y_0$  koeficienta radialne oz. aksialne obremenitve (Tab.6, katalogi ležajev)

Tab. 6: Koeficienta  $X_0$  in  $Y_0$  za enoredne kroglične ležaje

$e$	$F_d/F_r \leq e$		$F_d/F_r > e$	
	$X_0$	$Y_0$	$X_0$	$Y_0$
0,8	1	0	0,6	0,5

Tab. 7: Priporočene statične varnosti (Vir [5])

Obratovalne razmere	$S_{0\min}$		
	Kroglični ležaji	Valjčni, stožčasti, sodčkasti ležaji	Aksialni sferični ležaji
Zahtevan zelo miren tek	2	3	4
Sunkovita obremenitev	1,5	2	
Normalno obratovanje	1	1,5	

#### 4.2.2 Imenska doba trajanja kotalnih ležajev

Imenska doba trajanja skupine enakih ležajev je tisto število vrtljajev (ali ur obratovanja), ki ga doseže ali preseže 90% te skupine ležajev pred pojavom prvih znakov utrujenosti materiala.

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^p \cdot 10^6 \quad (39)$$

$L_{10}$  [vrt.] imenska doba trajanja v vrtljajih

$C$  [kN] dinamična nosilnost ležaja (Krautov priročnik, katalogi ležajev)

$p = 3$  za kroglične ležaje

$p = 10/3$  za ostale ležaje

$P$  [kN] dinamična ekvivalentna obremenitev ležaja

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \quad (40)$$

$X, Y$  koeficienta radialne oz. aksialne obremenitve (Tab. 8, katalogi ležajev)

Če je ležaj samo radialno (oz. aksialno) obremenjen je nadomestna dinamična obremenitev radialna (oz. aksialna) sila na ležaj.

Tab. 8: Koeficienti X in Y za kroglične ležaje

$F_d/C_0$	$e$	$F_d/F_r \leq e$		$F_d/F_r > e$	
		X	Y	X	Y
0,025	0,22	1	0	0,56	2
0,0325	0,23	1	0	0,56	1,9
0,04	0,24	1	0	0,56	1,8
0,055	0,26	1	0	0,56	1,69
0,07	0,28	1	0	0,56	1,58
0,10	0,30	1	0	0,56	1,49
0,13	0,32	1	0	0,56	1,4
0,19	0,34	1	0	0,56	1,3
0,25	0,36	1	0	0,56	1,2
0,375	0,39	1	0	0,56	1,1
0,5	0,43	1	0	0,56	1

Če se obremenitev ležaja spreminja (Primer: ležaji na gredi menjalnika), določimo najprej nadomestno dinamično obremenitev za vsak obremenitveni primer posebej. Nadomestna dinamična obremenitev, ki jo vnesemo v enačbo 39 določimo po enačbi:

$$P = \sqrt[3]{P_1^3 \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100} + P_2^3 \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100} + \dots} \quad (41)$$

$n_m$  [min<sup>-1</sup>]      srednja vrtilna hitrost ležaja

$$n_m = n_1 \cdot \frac{q_1}{100} + n_2 \cdot \frac{q_2}{100} + \dots \quad (42)$$

$q$  [%]      delež posamezne obremenitve v celotnem obremenitvenem ciklu

Pogosto podajamo trajanje ležaja v obratovalnih urah.

$$L_{10h} = \frac{L_{10}}{60 \cdot n} \quad (43)$$

#### 4.2.3 Razširjen izračun dobe trajanja

Če želimo natančno določiti dobo trajanja ležaja, je potrebno poznati obratovalne pogoje, predvsem kvaliteto mazanja, čistočo maziva in obratovalno temperaturo.

Dobo trajanja določimo po enačbi:

$$L_{na} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} \quad (44)$$

$a_1$       koeficient verjetnosti trajanja ležaja (Tab. 9)

$a_{ISO}$       koeficient materiala in obratovalnih pogojev (Diagram 12, 13)

$$a_{ISO} = f\left(\frac{e_c \cdot C_u}{P}, \kappa = \frac{v}{v_1}\right)$$

- $e_c$  koeficient čistoče maziva, (za normalno čistočo  $e_c = 0,5-0,6$ )  
 $C_u$  trajna dinamična nosilnost ležaja (Fatigue load limit, katalogi ležajev, SKF oznaka  $P_u$ )  
 $v_1$  potrebna viskoznost olja (Diagram 11)  
 $v$  viskoznost izbranega olja v pri obratovalni temperaturi (Diagram 10)

Tab. 9: Vrednosti koeficienta  $a_1$  po ISO281

Verjetnost, da ne bo prišlo do poškodb [%]	<b>90</b>	95	96	97	98	99	99,4	99,8	99,95
Oznaka trajanja ležaja	<b>L<sub>n10</sub></b>	L <sub>n5</sub>	L <sub>n4</sub>	L <sub>n3</sub>	L <sub>n2</sub>	L <sub>n1</sub>	L <sub>n0,6</sub>	L <sub>n0,2</sub>	L <sub>n0,05</sub>
Koeficient $a_1$	<b>1</b>	0,64	0,55	0,47	0,37	0,25	0,19	0,12	0,077

Diagram 10: Viskoznost olja pri obratovalni temperaturi

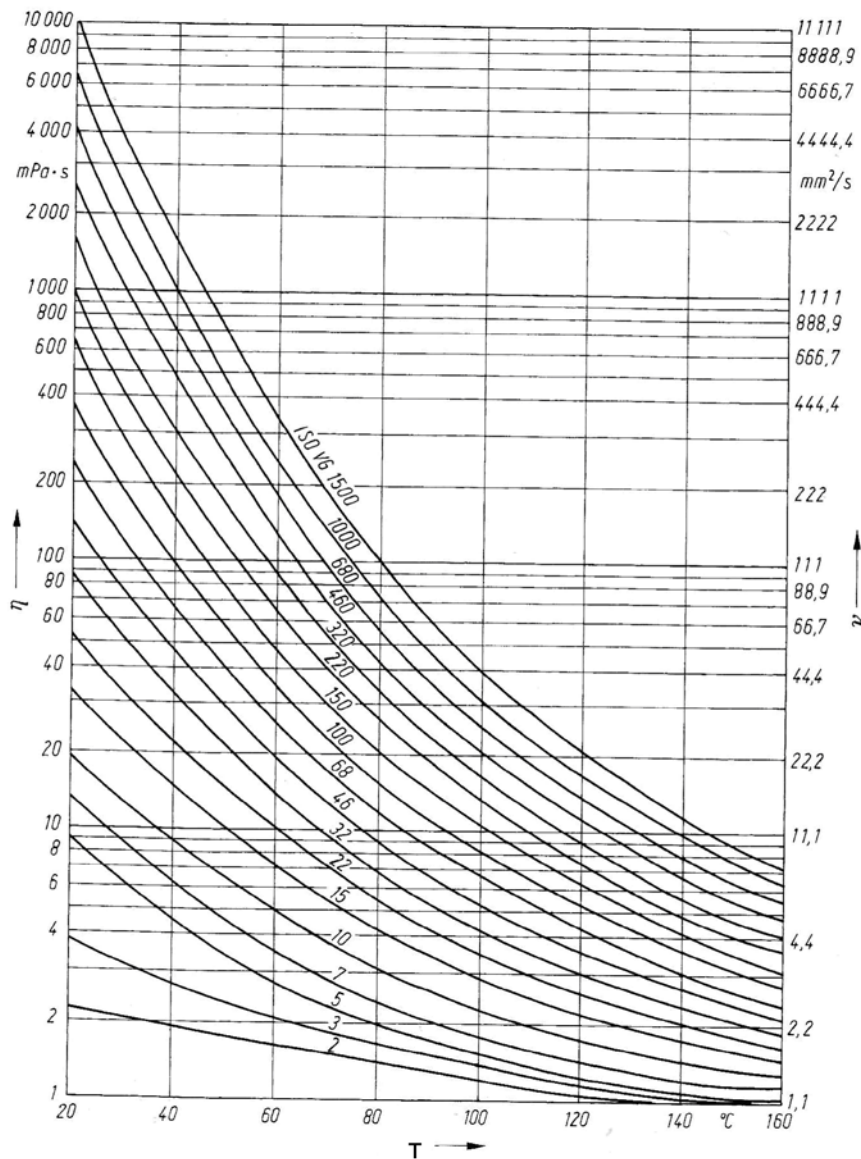




Diagram 11: Potrebna viskoznost olja

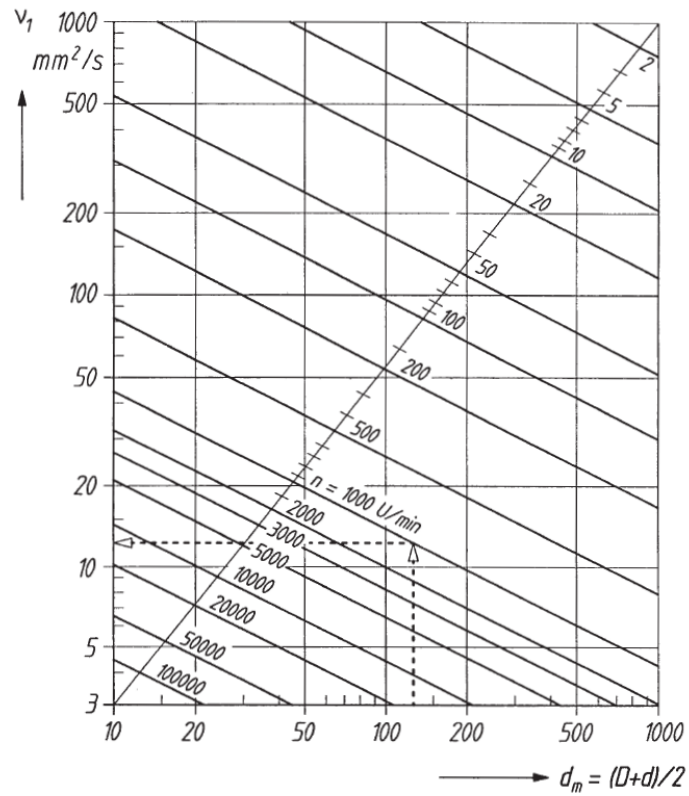


Diagram 12: Koeficient obratovalnih pogojev za kroglične ležaje

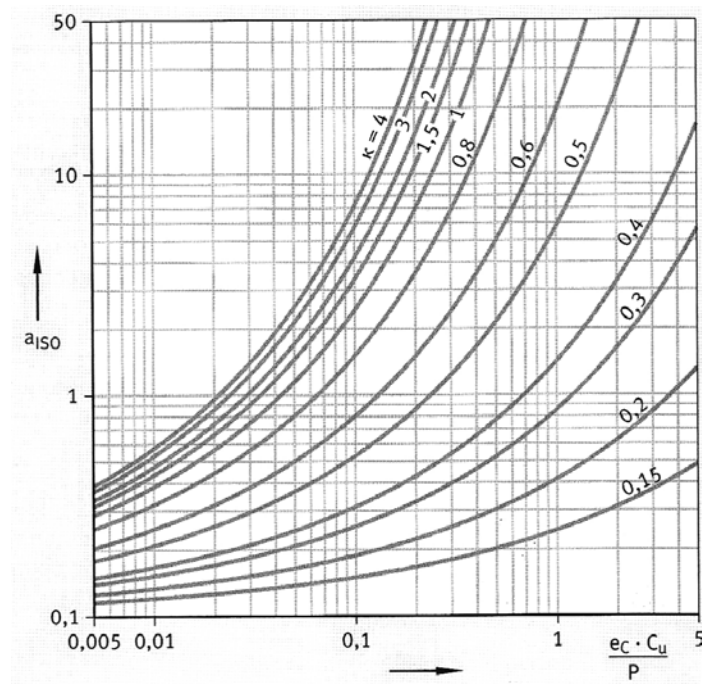
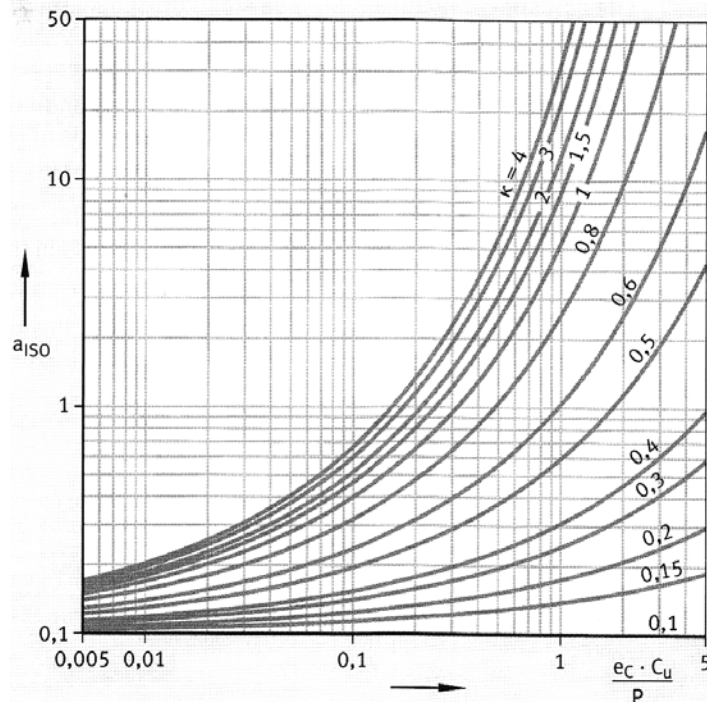


Diagram 13: Koeficient obratovalnih pogojev za valjčne, sodčkaste in stožčaste ležaje



### 4.3 Vgradnja kotalnih ležajev

#### 4.3.1 Pravila vgradnje kotalnih ležajev

Ločimo naslednje načine vležajenja osi in gredi:

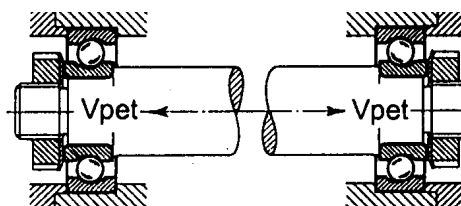
- vležajenje s prostim in vpetim ležajem,
- plavajoče vležajenje,
- vležajenje z nastavljivo zračnostjo.

#### Vležajenje s prostim in vpetim ležajem

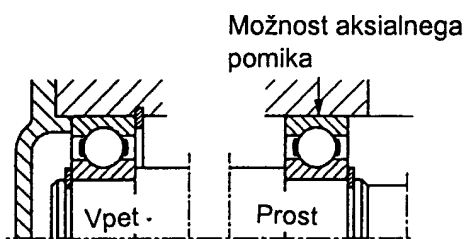
V našem primeru je nosilec os ali gred, podpora pa ležaj, ki mora biti ustrezno vgrajen na gred in v ohišje. Ležaj je vpet, če sta aksilno fiksna oba obroča, in je prost, če eden od obročev v aksialni smeri ni fiksiran.

Na sliki 15 vidimo najpogostejšo napako pri vgradnji kotalnih ležajev. Oba ležaja sta vpeti, zato je podprtje gredi statično nedoločeno. Pri spremembi temperature se gred raztegne, kar povzroči stiskanje kroglic. Tako vgrajen ležaj se le težko vrti in ima kratko življenjsko dobo.

Vležajenje je funkcionalno, če je en ležaj vpet en pa prost. Slika 16 prikazuje vležajenje gredi z dvema krogličnima ležajema. Aksilni pomik je zagotovljen med zunanjim obročem in ohišjem. Na tak način lahko vgrajujemo navadne kroglične ležaje in sodčkaste ležaje.

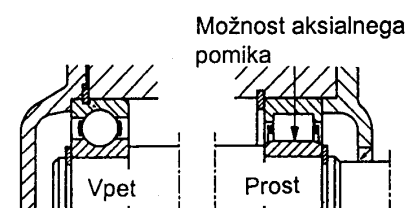


Slika 15: Nepravilna vgradnja ležajev (oba ležaja vpeti)



Slika 16: Vležajenje gredi s prostim in vpetim ležajem

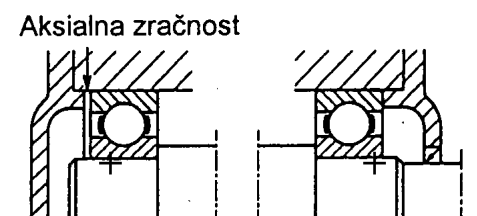
Pri valjčnih ležajih je aksialni pomik zagotovljen med obročem in kotalnim elementom.



Slika 17: Vležajenje gredi z valjčnim in krogličnim ležajem

### Plavajoče vležajenje

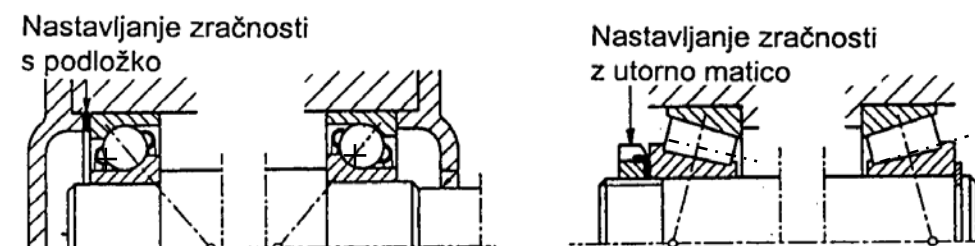
Pri plavajočem vležajenju sta oba ležaja prosta. Cela gred se lahko pomakne v aksialni smeri. Aksialna zračnost (navadno znaša 0,5 - 1mm) mora biti manjša od razdalje med gredjo in pokrovom. V nasprotnem primeru se gred zadene ob pokrov. Plavajoče vležajenje se lahko uporabi v primerih, kjer so dopustni aksialni pomiki gredi. Le ti so dopustni pri zobniških gonilih z valjastimi zobniki, niso pa dopustni pri gonilih s stožčastimi zobniki.



Slika 18: Plavajoče vležajenje gredi

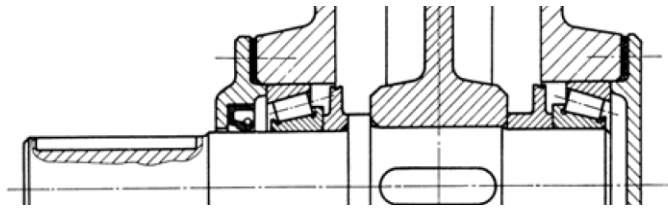
### Vležajenje z nastavljivo zračnostjo

Uporablja se pri vgradnji krogličnih ležajev s poševnim dotikom in stožčastih ležajev. Par ležajev vgradimo zrcalno v X ali O postavitvi (Slika 19). Ležaj mora biti fiksiran diagonalno, sicer razpade. Zračnost ležaja (razdalja med kotalnimi elementi in obročema) nastavimo pri montaži.



Slika 19: Vležajenje z nastavljivo zračnostjo

\*

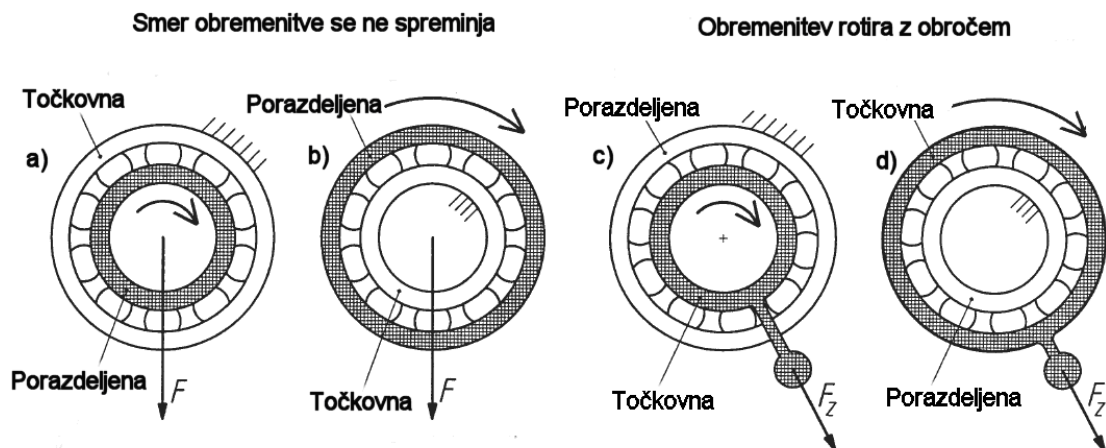


Slika 20: Vležajenje gredi gonila s stožčastimi ležaji v X postavitvi

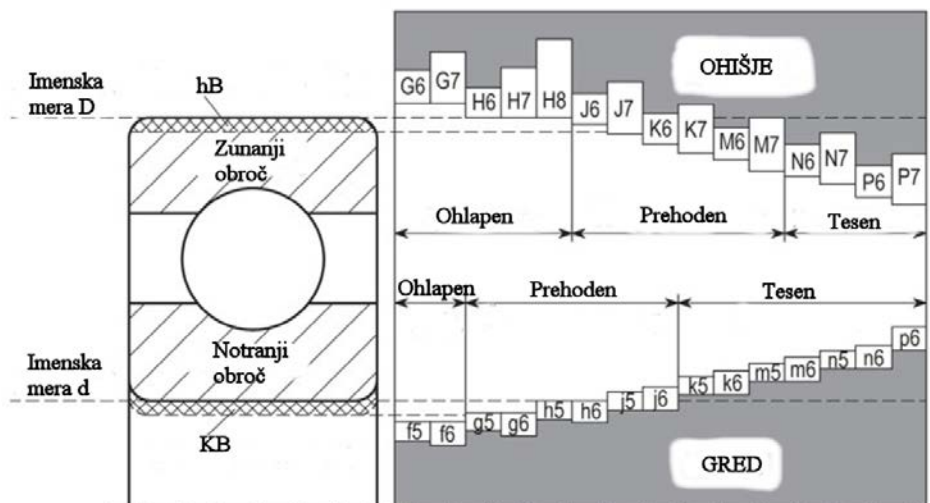
#### 4.3.2 Tolerance premerov

Toleranca za gred oz. ohišje je odvisna od vrste ležaja, velikosti obremenitve in načina obremenitve obroča ležaja. Ločimo točkovno in porazdeljeno obremenitev obroča (Slika 21). Obroč je obremenjen točkovno, če je obremenjen le na delu oboda, porazdeljeno pa je obremenjen, če je obremenjen po celotnem obodu.

Obroč ležaja, ki je porazdeljeno obremenjen, mora biti vgrajen s tesnim ujemom. Točkovno obremenjen obroč je lahko vgrajen z ohlapnim ujemom. Prost je lahko tisti obroč ležaja, ki je točkovno obremenjen. Če se smer sile med vrtenjem ne spreminja, je to obroč, ki miruje.



Slika 21: Vrste obremenitve obročev ležajev



Slika 22: Tolerančna polja ležaja, gredi in ohišja

Slika 22 prikazuje lege tolerančnih polj ležaja, gredi in ohišja. Tolerančni polji zunanega in notranjega obroča ležita pod ničelnico. Odstopki so podani v tabeli 3. Priporočene tolerance ohišja so podane v tabeli 4, tolerance gredi pa v tabeli 5. Nadmera ujema med gredjo in obročem vpliva na spremembo premera obroča pri montaži in na dejansko zračnost v ležaju. Če izberemo za gred tolerančna polja od n dalje, moramo uporabiti ležaje z povečano zračnostjo (C3, C4, C5).

Tab. 3: Odstopki notranjega in zunanjega premera radialnega ležaja

d KB (mm)		Zgornji in spodnji odstopek v $\mu\text{m}$		D hB (mm)		Zgornji in spodnji odstopek v $\mu\text{m}$	
nad	do	$A_{oB}$	$A_{uB}$	nad	do	$A_{oW}$	$A_{uW}$
3	6	0	-8	6	10	0	-8
6	18	0	-8	10	18	0	-8
18	30	0	-10	18	30	0	-9
30	50	0	-12	30	50	0	-11
50	80	0	-15	50	80	0	-13
80	120	0	-20	80	120	0	-15
120	150	0	-25	120	150	0	-18
150	180	0	-25	150	180	0	-25
180	250	0	-30	180	250	0	-30
250	315	0	-35	250	315	0	-35
315	400	0	-40	315	400	0	-40
400	500	0	-45	400	500	0	-45

Tab. 4: Priporočljive tolerance za vgradnjo radialnih kotalnih ležajev v ohišje

Obremenitev		Premakljivost obroča	Toleranca
Točkovna obremenitev zunanjega obroča		DA	<b>H8, H7, J7</b>
		NE	<b>M6, N6</b>
Porazdeljena obremenitev zunanjega obroča ali nedoločena smer obremenitve	majhna	NE	<b>K7</b>
	srednja	NE	<b>M7</b>
	visoka zmerni sunki	NE	<b>N7</b>
	visoka močni sunki	NE	<b>P7</b>

Tab. 5: Priporočljive tolerance za vgradnjo radialnih kotalnih ležajev na gred.

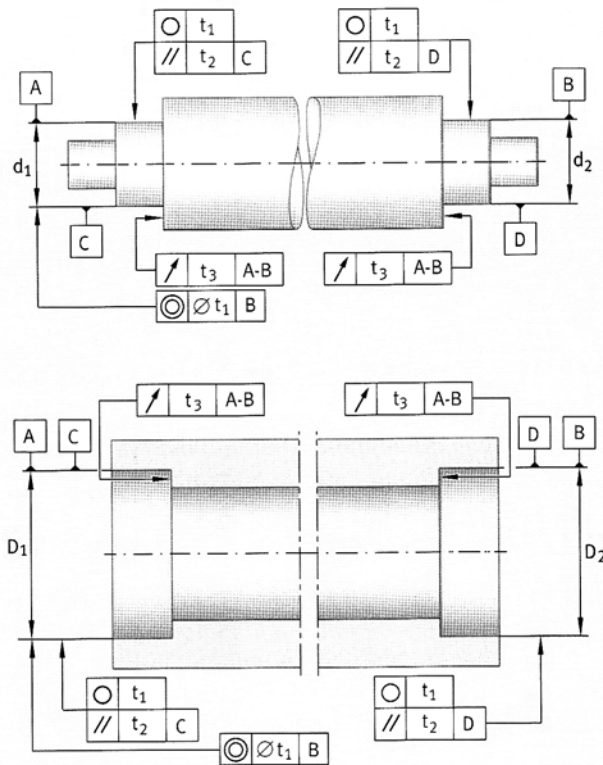
Obremenitev		Premer gredi d (mm)			Toleranca
		Kroglični ležaji	Valjni, stožčasti	Sferični ležaji	
Porazdeljena obremenitev notranjega obroča ali nedoločena smer obremenitve	majhna (P< 0,06 C)	< 18	-	-	<b>js5</b>
		18 - 100	< 40	-	<b>js6 (j6)</b>
		100 - 200	40 - 140	-	<b>k6</b>
		-	140 - 200	-	<b>m6</b>
	srednja (P=(0,06÷0,13) 'C)	< 18	-	-	<b>js5 - 6 (j5-6)</b>
		18 - 100	< 40	< 40	<b>k5, k6</b>
		100 - 140	40 - 100	40 - 65	<b>m5, m6</b>
		140 - 200	100 - 140	65 - 100	<b>m6</b>
		200 - 280	140 - 200	100 - 140	<b>n6*</b>
		-	200 - 400	140 - 280	<b>p6*</b>
		-	-	280 - 500	<b>r6*</b>
	velika in sunkovita (P> 0,13 'C)	-	50 - 140	50 - 100	<b>n6*</b>
		-	140 - 200	100 - 140	<b>p6*</b>
		-	200	140 - 200	<b>r6*</b>
		-	-	200 - 500	<b>r7*</b>
	Točkovna obremenitev notranjega obroča	poljubna	vsi premeri		
			<b>h6</b>		

- Uporabiti ležaje z povečano zračnostjo

### 4.3.3 Oblikovne tolerance gredi in ohišja

Tab. 6: Velikosti tolerančnih polj po ISO μm

Imenska mera [mm]		IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12
nad	do												
	<b>3</b>	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100
<b>3</b>	<b>6</b>	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120
<b>6</b>	<b>10</b>	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150
<b>10</b>	<b>18</b>	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180
<b>18</b>	<b>30</b>	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210
<b>30</b>	<b>50</b>	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250
<b>50</b>	<b>80</b>	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300
<b>80</b>	<b>120</b>	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350
<b>120</b>	<b>180</b>	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400
<b>180</b>	<b>250</b>	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460
<b>250</b>	<b>315</b>	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520
<b>315</b>	<b>400</b>	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570
<b>400</b>	<b>500</b>	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630



Slika 23: Oblikovne tolerance gredi in ohišja (Vir[5])

Tab. 7: Oblikovne tolerance gredi in ohišja za normalni tolerančni razred ležaja PN (Vir[5])

	Okroglost $t_1$	Paralelnost $t_2$	Opletanje $t_3$
Gred- porazdeljena obremenitev	$\frac{IT4}{2}$	$IT4$	$IT4$
Gred (os)- točkovna obremenitev	$\frac{IT5}{2}$	$IT5$	$IT4$
Ohišje- porazdeljena obremenitev	$\frac{IT5}{2}$	$IT5$	$IT5$
Ohišje- točkovna obremenitev	$\frac{IT6}{2}$	$IT6$	$IT5$

Vrednosti odstopkov glede na imensko mero določimo po tabeli 6.

## 5. Literatura

- [1] Haberhauer,H.,Bodenstein,F.: Maschinenelemente-  
Gestaltung,Berechnung,Anwendung, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [2] Matek, W., Muhs,D., Wittel, H., Becker, M., Voßiek,J.: Rollof/Matek:  
Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft/GWV Fachverlage  
GmbH, Wiesbaden, 2013.
- [3] Decker: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag, München, 2007.
- [4] SKF General catalogue, 2005.
- [5] INA, FAG Rolling Bearings, Schaeffler Technologies GmbH&Co.KG, 2014