

### عنوان: حل عددی معادله موج یک‌بعدی با استفاده از یک روش اختلاف محدود

حل معادله موج یک‌بعدی یکی از مسائل پایه‌ای در دینامیک سیالات محاسباتی است که برای آموزش نحوه گسسته‌سازی یک معادله ساده به روش اختلاف محدود، توسعه یک کد عددی و تحلیل نتایج حاصل از آن مناسب است. این معادله در واقع یک معادله انتقال خطی مرتبه اول به فرم زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $t$  و  $x$  پارامترهای زمان و مکان،  $u$  سرعت موج و  $a$  یک ضریب ثابت با مقدار اختیاری است.

### اهداف پروژه:

(الف) آشنایی با مفاهیم شرایط مرزی، شرط اولیه و گسسته‌سازی زمانی و مکانی

(ب) توسعه یک کد عددی ساده و پس‌پردازش نتایج

(ج) بررسی حساسیت‌سنجی نتایج به مقادیر عددی و بحث و بررسی آنها

**شرح مسئله:** در پروژه حاضر، ابتدا معادله شماره ۱ به روش اختلاف محدود گسسته‌سازی می‌شود. سپس، معادله گسسته‌سازی شده با استفاده از توسعه یک کد، بصورت عددی حل شده و نتایج آن در زمان‌های مختلف رسم و تحلیل می‌شود. حل عددی معادله در شرایط زیر مد نظر است:

(۱) گسسته‌سازی **پس‌رو** در مکان و پیش‌رو در زمان - حل عددی به ازای مقادیر ارائه شده در جدول ۱ - گزارش نتایج در زمان‌های مختلف

(۲) گسسته‌سازی **پیش‌رو** در مکان و پیش‌رو در زمان - حل عددی به ازای مقادیر ارائه شده در جدول ۱ - گزارش نتایج در زمان‌های مختلف

(۳) گسسته‌سازی **مرکزی** در مکان و پیش‌رو در زمان - حل عددی به ازای مقادیر ارائه شده در جدول ۱ - گزارش نتایج در زمان‌های مختلف

جدول ۱- مقادیر عددی برای حل معادله موج یک‌بعدی

$0 \leq t \leq 2$	$0 \leq x \leq 2$	$a = 0.5$
تعداد گام زمانی $nt = 151$	تعداد گام مکانی $nx = 51$	
شرط اولیه (تابع پله) $u _{t=0, 0 \leq x \leq 0.5} = 1$ $u _{t=0, 0.5 < x \leq 1} = 2$ $u _{t=0, 1 < x \leq 2} = 1$	شرط مرزی $u _{x=0, 2} = 1$	

(۴) نتایج حاصل از بخش‌های (۱)، (۲)، و (۳) را در زمان‌های  $t = 0.5, 1, 1.5$  با هم و در یک نمودار مقایسه کنید.

۵) با یکی از گسسته‌سازی‌های انجام شده در بالا (انتخاب اختیاری است)، حل عددی را با نصف و دو برابر کردن تعداد گام‌های مکانی (اندازه شبکه) تکرار کنید و نتایج سه شبکه را در زمان‌های  $t = 0.5, 1, 1.5$  با هم و در یک نمودار مقایسه کنید.

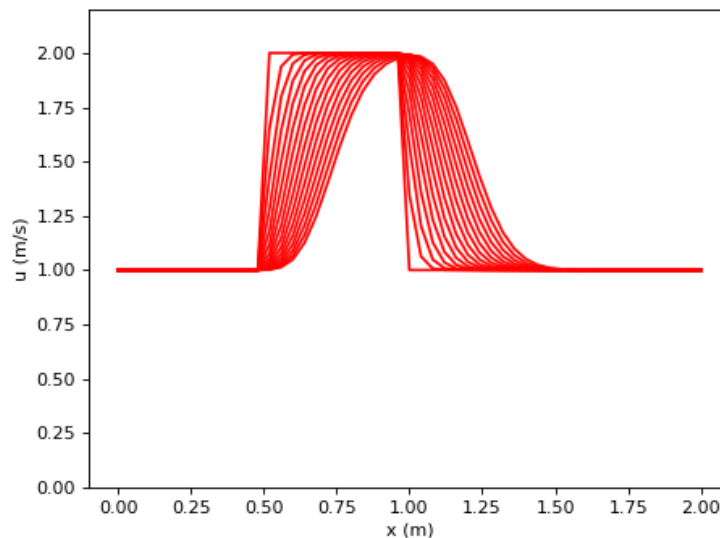
۶) با یکی از گسسته‌سازی‌های انجام شده در بالا (انتخاب اختیاری است)، حل عددی را با نصف و دو برابر کردن تعداد گام‌های زمانی تکرار کنید و نتایج سه گام مکانی مختلف را در  $t = 0.5$  با هم و در یک نمودار مقایسه کنید.

۷) با یکی از گسسته‌سازی‌های انجام شده در بالا (انتخاب اختیاری است)، حساسیت نتایج حل به مقدار ضریب  $a$  را با انتخاب حداقل سه مقدار مختلف بررسی و نتایج را در  $t = 0.5$  با هم و در یک نمودار مقایسه کنید.

۸) با یکی از گسسته‌سازی‌های انجام شده در بالا (انتخاب اختیاری است)، شرایط اولیه موج را از حالت تابع پله به یک تابع سینوسی تغییر دهید و نتایج را در زمان‌های  $t = 0.5, 1, 1.5$  با هم و در یک نمودار مقایسه کنید.

**توجه:** گزارش پروژه بصورت یک گزارش فنی دارای عنوان، چکیده، فهرست مطالب و ... در قالب فایل پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شهید بهشتی تهیه شود. نتایج با استفاده از نرم‌افزار *Tecplot* پس‌پردازش شده (مشابه شکل ۱) و همه روابط، شکل‌ها و جدول‌ها دارای شماره، عنوان و توضیح در متن باشند. تحویل یک فایل *zip* شامل فایل *word* و *PDF* گزارش، فایل *lpk* نتایج و فایل *\*.f90* کد توسعه‌داده شده مد نظر است.

موفق باشید.



شکل ۱- یک نمونه از نتایج به دست آمده برای حل معادله موج یک بعدی