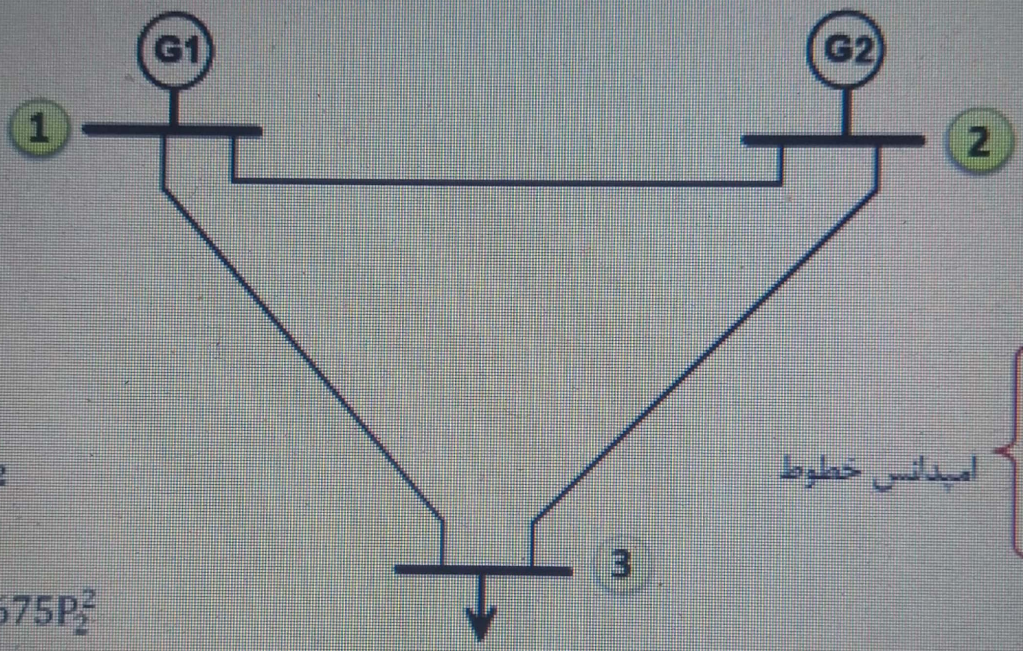
مثال:



تابع هزینه $\begin{cases} C_1 = P_1^2 \\ C_2 = 1.675P_2^2 \end{cases}$

امپدانس خطوط $\begin{cases} x_{12} = 0.25 \\ x_{23} = 0.2 \\ x_{13} = 0.45 \end{cases}$

$P_{D3} = P_{C3} + P_{E3}$

$P_{C3} = 5MW$

بهرهٔ مصرف کننده ← $W_3 = 30P_{E3}$

Scanned by CamScanner

$$b_{ij} = -\frac{1}{x_{ij}} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -b_{12} - b_{13} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & -b_{12} - b_{23} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & -b_{13} - b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.222 & -4 & -2.22 \\ -4 & 9 & -5 \\ -2.22 & -5 & 7.22 \end{bmatrix}$$

حذف ستون مربوط به
باس مرجع (باس ۱)

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} b_{12} & b_{13} \\ -b_{12} - b_{23} & b_{23} \\ b_{23} & -b_{23} - b_{13} \end{bmatrix}$$

$\theta_1 = 0$

$$;\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \; ; \quad P = \begin{bmatrix} P_1 = P_{G1} \\ P_2 = P_{G2} \\ P_3 = -P_{D3} \end{bmatrix}$$

Scanned by CamScanner

تولید شین ۱

تولید شین ۲

تابع لاگرانژ بدون در نظر گرفتن قید خطوط

$$L = -f + \lambda_1[b_{12}\theta_2 + b_{13}\theta_3 - P_1] + \lambda_2[-(b_{12} + b_{23})\theta_2 + b_3\theta_3 - P_2] + \lambda_3[b_{23}\theta_2 - (b_{23} + b_{13})\theta_3 + P_{E3} + P_{G3}]$$

مصرف شین ۳

بردار مجهولات مسئله $X = [P_1 \quad P_2 \quad P_{E3} \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^T_{8\times1}$

تابع هدف $-f = -(C_1 + C_2) + W_3$ $\xrightarrow{Maximize(-f)}$ $\left[\frac{\partial L}{\partial x_i}\right]_{8\times1} = 0$

حل مسئله $X = [15 \quad 8.955 \quad 18.955 \quad -1.375 \quad -4.271 \quad 30 \quad 30 \quad 30]$

$-f = 209.32$

$P_{12} = 5.51$
$P_{13} = 9.49$
$P_{23} = 14.46$

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{x_{12}} = \frac{0 - (-1.375)}{0.25} = 5.51MW$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{x_{23}} = \frac{-1.375 + 4.271}{0.12} = 14.46MW$$

Scanned by CamScanner

حالت دوم:

فرض کنید که یکی از خطوط (خط ۳-۲) محدودیت ظرفیت داشته باشد: $P_{23}{}^{max} = 10MW$ ←

در حالت اول P_{23}=14.46MW به دست آمده بود که از قید ظرفیت خط تخطی میکند. در این صورت ضریب لاگرانژ μ برای این خط در نظر گرفته می‌شود و تعداد مجهولاتمان ۹ عدد می‌گردد.

$$X_{new} = [x_{old} \ , \mu_{23}]^T_{9\times1}$$

$$L_{new} = L_{old} + \mu_{23}\underbrace{(-b_{23}\theta_2 + b_{23}\theta_3 - P_{23}{}^{Max})}_{\text{توان عبوری از خط 23}} \xrightarrow{\frac{\partial L_{new}}{\partial X_i} = 0} \text{۹ معادلهٔ ۹ مجهولی}$$

مجهولات

$$\begin{cases} P_1 = 11.347 \\ P_2 = 5.563 \\ P_{E3} = 11.91 \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_2 = -1.1093 \\ \theta_3 = -3.11 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_1 = 22.69 \\ \lambda_2 = 18.63 \\ \lambda_3 = 30 \\ \mu_{23} = 14.61 \end{cases}$$

تابع هدف $-f = 176.71$ ← رفاه اجتماعی کم شد

توانهای عبوری از خطوط

$$\begin{cases} P_{12} = 4.43 \\ P_{23} = 10 \\ P_{13} = 6.91 \end{cases}$$

توان مصرفی شین ۳ $P_{D3} = 5 + 11.91 = 16.91$

Scanned by CamScanner

$\lambda_2 - \lambda_1 = 18.63 - 22.69 = 4.06 \neq \mu_{12} = 0$ ⇨

خط ۱ به ۲ به حدش نرسیده بود، اما چون در جای دیگری از شبکه تراکم رخ داده است باز λ (LMP)ها در دو سر هر خط با هم برابر نخواهند بود

اختلاف LMP دو سر خط متراکم شده نیز با μ مربوطه برابر نیست:

$LMP_3 - LMP_2 = \lambda_3 - \lambda_2 = 11.365 \neq \mu_{23} = 14.61$

Total Payment to Generators: $T_G = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 = 361.167$ پرداختی به ژنراتورها

Demand Payment to ISO: $T_D = \lambda_3 P_{D3} = 507.29$ پرداختی مصرف کننده

$Congestion\ Rent = T_D - T_G = \$146.12$

Scanned by CamScanner